

## 實驗六 必歐沙伐實驗

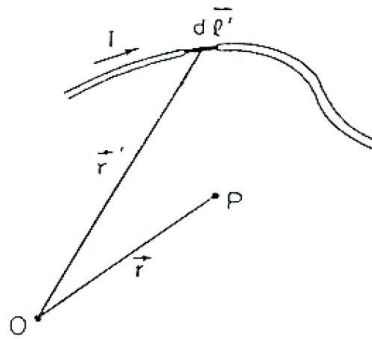
### 一、目的：

了解電生磁的過程並測量出線圈產生的磁場。

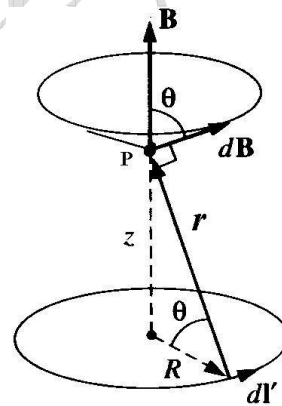
### 二、原理：

不動的電荷產生穩定的電場，這是靜電學的範疇；穩定的電流產稱生穩定的磁場，這是靜磁學告訴我們的。但是在磁場中，由一載有穩定電流的電線所產生的磁場，我們稱之為 Biot-Savart law。導線  $dl'$  根據 Biot-Savart law 在 P 點所產生的磁場(如圖一)可寫為：

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{dl' \times (r-r')}{|r-r'|^3} \quad (1)$$



圖一



圖二

其中真空磁導率  $\mu_0$  為  $4\pi \times 10^{-7} (N/A^2)$ ， $I$  為電流。若有一圓形線圈(如圖二)，要測量其中心線上任一點 P 的磁場，我們首先要利用圓柱座標，再由(1)式作積分得到。首先觀察  $dl'$  在 P 點的磁場  $dB$  掃成的錐形，其中水平的磁場分量會因為環型對稱的關係完全消失，而垂直分量為相互疊加。所以可以得到磁場為：

$$\begin{aligned} B(z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl'}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left( \frac{\cos \theta}{r^2} \right) 2\pi R \\ &= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $R$  為圓形線圈半徑， $z$  為  $P$  點到線圈中心的距離。

若單純求圓形線圈中心磁場，可以利用(2)式取  $z$  的距離為零即可得到線圈中心磁場為：

$$B(z=0) = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (3)$$

但是事實上，我們還是可以求得空間中任一點的磁場，其它各處之磁場為：

$$B = B_r \hat{r} + B_\theta \hat{\theta} \quad (4)$$

$B_r$  可以表示為：

$$B_r = \frac{\mu_0 IR}{2r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)!!}{2^n n!} \frac{r_{<}^{2n+1}}{r_{>}^{2n+2}} P_{2n+1}(\cos\theta) \quad (5)$$

其中  $r_{<} = \min(r, R)$ ;  $r_{>} = \max(r, R)$ ， $P_l(\cos\theta)$  及  $P_l^m(\cos\theta)$  分別代表 Legendre function 和 Associated Legendre function。 $B_\theta$  可以表示為：

$$B_\theta = -\frac{\mu_0 IR^2}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)!!}{2^n (n+1)!} \left[ -\frac{2n+2}{2n+1} \frac{1}{R^3} \left(\frac{r}{R}\right)^{2n} \right] P'_{2n+1}(\cos\theta) \quad r < R \quad (6)$$

$$B_\theta = -\frac{\mu_0 IR^2}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)!!}{2^n (n+1)!} \left[ \frac{1}{r^3} \left(\frac{r}{R}\right)^{2n} \right] P'_{2n+1}(\cos\theta) \quad r > R \quad (7)$$

### 三、儀器：

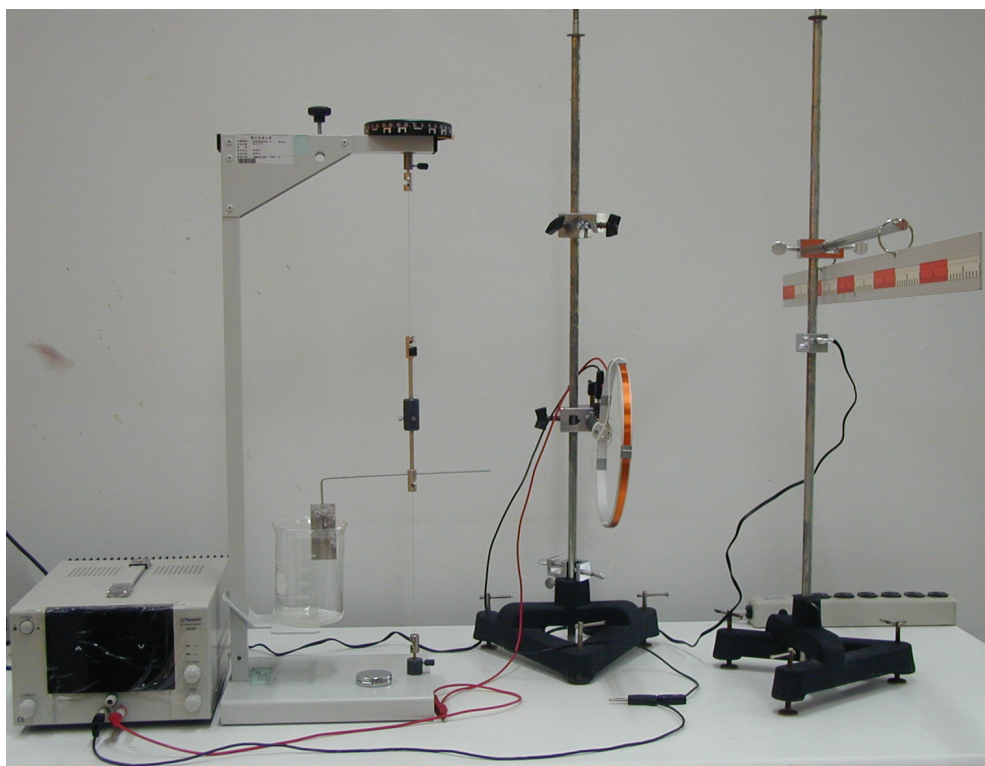
圓形線圈大小各一、燒杯、雷射筆、長尺、阻尼板、反射鏡、磁鐵、鐵架。

### 注意事項：

1. 調整鏡面到雷射光作完全反射，此為歸零的動作。
2. 注意週遭環境變化，會影響實驗。

### 四、步驟：

首先架設儀器如三，調整線圈中心對準磁鐵，並調整鏡面到雷射光作完全反射，此為歸零的動作。



圖三 實驗裝置圖

(一) 固定電流，改變線圈半徑及匝數：

1. 量取線圈半徑  $R$ 、線圈到磁鐵的距離  $z$ 、雷射光筆到尺的垂直距離  $L$  以及電流  $I$ 。
2. 把雷射光打在鏡面上，因為磁鐵受到磁場的影響造成雷射光有偏折  $\theta$  角，量取尺上雷射光點的位移  $\Delta x$ ，利用下式

$$\tan 2\theta = \frac{\Delta x}{L}; \tan \theta = \frac{B_{ext}}{B_h} \quad (8)$$

其中  $B_{ext}$  為外加磁場， $B_h$  為地磁。即可求出外加磁場  $B_{ext}$  的大小。

3. 改變匝數重複步驟 1 及 2。
4. 改變線圈半徑重複步驟 1 及 2。
5. 比較不同匝數的外加磁場和相同匝數的大小線圈磁場。

(二) 固定線圈半徑及匝數，改變電流：

1. 重複實驗(一)之步驟 1 及 2。
2. 改變電流大小數次並計算其磁場作比較。

(三) 固定線圈半徑、匝數及電流，改變線圈與磁鐵的距離：

1. 重複實驗(一)之步驟 1 及 2。
2. 改變線圈和磁鐵的距離，取數個距離，比較磁場對磁鐵的影響。

五、問題：

1. 推導出長直導線周圍的磁場關係、螺旋圈中的磁場關係。
2. 推導圓形線圈其中心線上任一點 P 的磁場關係為(2)式。

六、討論：

