

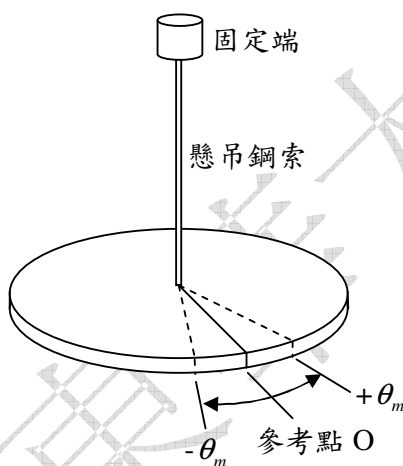
實驗七 扭擺

一、目的：

觀察扭擺的簡諧振盪、阻尼振盪和強迫振盪。

二、原理：

如圖一顯示一個線性簡諧振盪的角類比，其彈性存在於懸吊鋼索的扭轉，而不是彈簧的伸展或壓縮，此設計通常稱為扭擺(torsion pendulum)。



圖一 扭擺裝置圖

我們將圖一中之圓盤從靜止位置 O 扭轉，然後釋放它，他將會對該位置作角簡諧振盪運動。將圓盤扭轉角度為 θ ，無論往哪一個方向扭轉，則會產生一恢復力矩 τ

$$\tau = -\kappa\theta \quad (1)$$

其中， κ 為常數，稱為扭轉係數，其與鋼索長度、直徑及材料有關。

(1)式類似彈簧系統中，一質量為 m 的物體懸掛於彈性係數為 k 之彈簧上，當彈簧壓縮量為 x 時，物體所受的力為

$$F = ma = m\ddot{x} = m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

因此 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$ ，其中 $\omega^2 = \frac{k}{m}$ ，故 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$ 。

在相同的推導過程，此扭擺系統所滿足的運動方程式可寫成

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\kappa\theta \quad (2)$$

又 $\omega^2 = \frac{\kappa}{I}$ ，因此

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta \quad (3)$$

其這樣產生的角簡諧運動之振盪週期 T 為

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \quad (4)$$

其中， I 為轉動慣量。

在無其他外力的狀況下，忽略摩擦力或空氣阻力等，彈簧系統與扭擺系統都滿足力學能守恆：

$$\text{彈簧系統} \quad \frac{1}{2}\kappa x^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \text{常數}$$

$$\text{扭擺系統} \quad \frac{1}{2}\kappa\theta^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 = \text{常數}$$

如果我們在實驗系統中加入磁鐵，則構成阻尼振盪系統；如果加入驅動馬達，則構成強迫振盪系統。有關阻尼振盪和強迫振盪原理，已於力學振盪實驗中原理部分說明之，請參閱力學振盪實驗原理部分。

三、儀器：

圓形鋁片旋轉盤、磁鐵、轉動馬達、金屬線、電腦一套、Science Workshop 500 interface 一件。

注意事項：

1. 實驗中必須先把吹風馬達開關打開，將風送出，才可以把轉盤鎖上去；實驗完畢後，要將轉盤拿掉後，才可以關掉吹風馬達。
2. 移氣固定在旋轉盤上，要選用適當長度的螺絲，鎖緊後一定要檢查螺絲不可突出轉盤下方。
3. 旋轉盤取下後，需上下顛倒放置，以避免損壞底面。

4. 轉動馬達開啟後，轉盤會依循一定方向轉動，此時不可加以逆方向的力，以避免損壞馬達。

四、 步驟：

1. 儀器架設如圖二所示。



圖二 實驗裝置圖

2. 將圓形鋁片懸掛於上方固定點。注意：務必確認螺絲是否鎖緊，固定好金屬線，避免在作振盪時鬆落。
3. 將 Rotary motion sensor 連接至 Science Workshop 500 interface digital input 端。
4. 將 Science Workshop 500 interface 電源開啟。
5. 將電腦開機，然後啟動 Scientific workshop 軟體。

(一) 扭轉係數 κ 的測定：

1. 使用 Scientific workshop 軟體，選取 graph 改變 x、y 軸的單位，x 軸為 rad；y 軸為 rad/s^2 。
2. 對鋁片施一小力，同時在電腦軟體按下“start”，開始記錄。注意：施力不能太大，以免整個支架晃動而影響實驗結果。
3. 等到整個振盪完成後，按下“stop”，利用 linear graph 在所得的圖形裡，選取適當的數據範圍，記錄其斜率。

4. 將角加速度 α 與扭轉角度 θ 作圖，利用(2)式求出扭轉係數 κ 。
5. 更換金屬線，重複步驟 1~4，並討論金屬線的粗細對扭轉係數的影響。

(二)週期與轉動慣量的關係：

1. 使用 Scientific workshop 軟體，選取 graph 改變 x、y 軸的單位，x 軸為 rad；y 軸為 second。
2. 對鋁片施一小力，同時在電腦軟體按下“start”，開始記錄。注意：施力不能太大，以免整個支架晃動而影響實驗結果。
3. 等到整個振盪完成後，按下“stop”。
4. 將扭轉角度 θ 與時間 t 作圖，由圖形上算出此運動週期。
5. 改變轉動慣量(在鋁片上放置砝碼)，重複步驟 1~4。
6. 繪製週期的平方 T^2 與轉動慣量之關係圖。

(三)阻尼振盪：

1. 在鋁片的下方加上一個磁鐵。
2. 重複第二部分之步驟 1~2。
3. 將扭轉角度 θ 與時間 t 作圖，從圖形上找出半衰期 $T_{1/2} = \frac{2\ln 2}{\lambda}$ ，求出阻尼係數 λ 。
4. 改變磁鐵的位置，重複步驟 2~3。
5. 更換金屬線，重複步驟 1~3，觀察兩者所造成的變化。

(四)強迫振盪：

1. 在鋁片的下方加上一個磁鐵。
2. 重複第二部分之步驟 1~2，注意：此時需連接驅動馬達，以直流電源供應器調整馬達頻率，記錄埠同頻率下的振幅。
3. 將振幅與頻率作圖，決定 $\Delta\omega$ 與阻尼振盪之 λ 作一比較。
4. 改變磁鐵的位置，重複步驟 2~3，作出不同 λ 值時的頻率響應圖。

五、問題：

1. 實驗中，扭擺的轉動軸與主軸有何關係？
2. 是否可利用扭擺來測量不規則物體的轉動慣量？請說明之。
3. 在強迫振盪的模式下，改變外力時，頻率是否會改變？週期是否會改變？振幅是否會改變，增加或是減少？

六、討論：