

實驗四 陀螺儀

一、目的：

測量陀螺儀的進動率。

二、原理：

在陀螺儀的末端懸掛一質量來產生施加在陀螺儀的力矩，而此力矩會導致陀螺儀以一角速度 Ω 進動。

假設陀螺儀初始狀態為水平($\theta = 90^\circ$)，圓盤以一角速度 ω 旋轉，並且外加一質量 m 在陀螺儀軸尾端，距離中心轉軸 d 的位置，此時會產生一力矩：

$$\tau = mgd \quad (1)$$

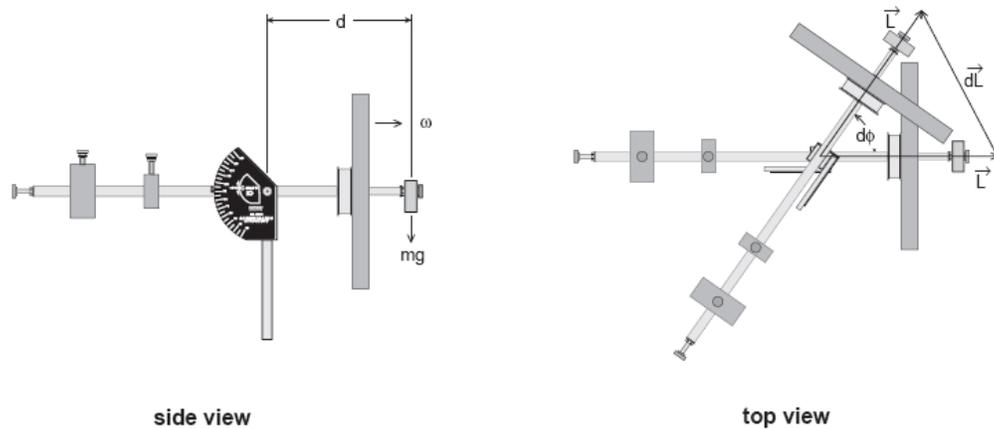
又

$$\tau = \frac{dL}{dt} \quad (2)$$

其中， L 為圓盤的角動量。

如圖一所示，當陀螺儀轉動一個小角度 $d\phi$ 時，可得

$$dL = Ld\phi \quad (3)$$



圖一

由(1)、(2)、(3)式，我們可以得到

$$\tau = mgd = \frac{dL}{dt} = L \frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

因為 $d\phi/dt = \Omega$ ，所以(4)式可寫成

$$mgd = L\Omega \quad (5)$$

又 $L = I\omega$ 代入(5)式，可得進動率 Ω 為

$$\Omega = \frac{mgd}{I\omega} \quad (6)$$

其中， I 為圓盤的轉動慣量； ω 為圓盤的角速度。

由圖二所示，為了以實驗方法得到圓盤的轉動慣量，我們在圓盤上施加一已知力矩，而且因力矩所形成的角加速度是可被測量的。因為 $\tau = I\alpha$ ，因此

$$I = \frac{\tau}{\alpha} \quad (7)$$

其中， α 為角加速度，等於 a/r ；而力矩 τ 是由於盤繞在滑輪上的細線懸掛重量所致。

$$\tau = rF \quad (8)$$

其中， r 為滑輪的半徑；而 F 是當圓盤轉動時細線的張力。

對於懸掛的質量 m ，我們根據牛頓第二運動定律可寫出：

$$\sum F = mg - F = ma \quad (9)$$

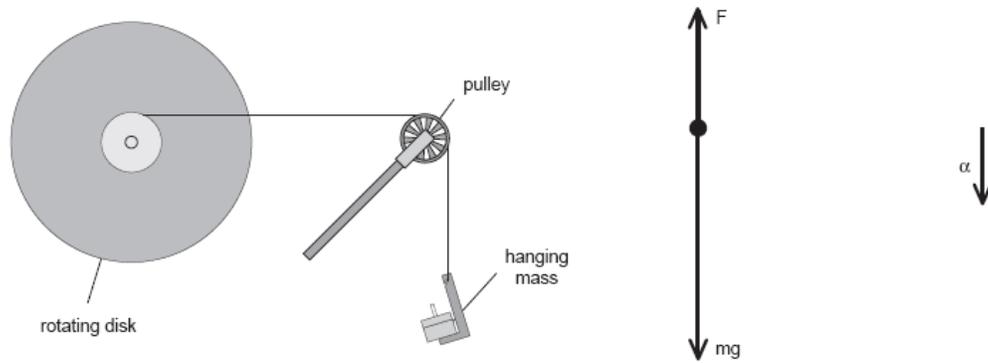
可以解得繩子張力為

$$F = m(g - a) \quad (10)$$

並利用自由落體公式，若懸掛的重物從靜止落下某一距離 y ，所花時間為 t ，則此重物落下時的加速度為

$$a = \frac{2y}{t^2} \quad (11)$$

求得此加速度後，便可利用(10)、(8)、(7)式反推得到轉動慣量 I 。



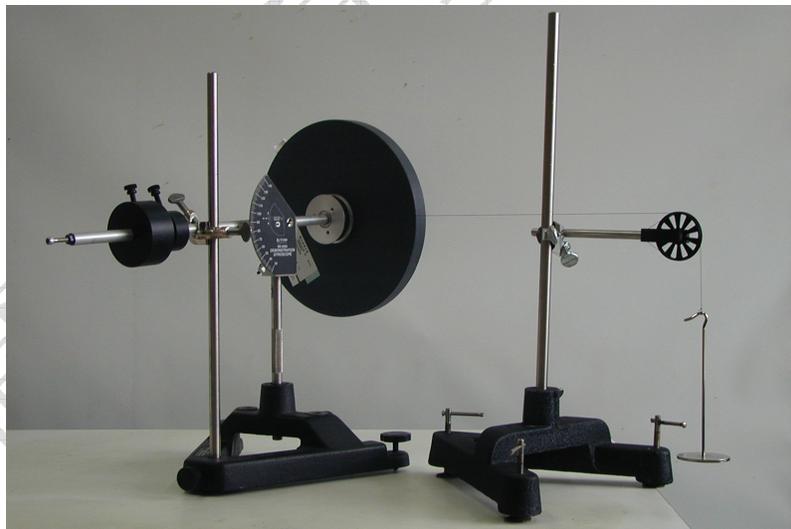
圖二

三、儀器：

碼錶、砝碼組、陀螺儀一具、細繩。

四、步驟：

1. 實驗裝置如圖三。



圖三 實驗裝置

(一)測量圓盤的轉動慣量：

1. 將轉軸固定在九十度角。
2. 對圓盤施加待矩，用細繩懸掛 50 克砝碼，旋繞於大圓盤後的小圓盤上，固定砝碼於與桌面等高的位置上。注意：旋繞細繩時，不

- 可固定細繩於小圓盤上，以免影響砝碼做自由落體運動。
3. 將砝碼從與桌面等高處，靜止落下，記錄落地時間、桌面高度(自由落體高度)。注意：釋放砝碼時，須握住轉軸，免陀螺儀做進動。
 4. 重覆上述步驟，計算圓盤的轉動慣量 $I = \frac{\tau}{\alpha}$ 。

(二)測量進動角速度(ω 、 Ω):

1. 固定轉軸的角度(分別固定在 90° 、 75° 、 60°)。
2. 加 20 克砝碼於大圓盤軸心上。
3. 對圓盤施加力矩，其方法同實驗一的步驟 2
4. 將砝碼從與桌面等高處，靜止落下，記錄大圓盤轉十圈所需的時間，計算圓的角速度 ω 。注意：釋放砝碼時，需握住轉軸，避免陀螺儀做進動。
5. 此時手收開轉軸，使陀螺儀做進動，記錄陀螺儀轉 $1/4$ 圈時所需的時間，計算陀螺儀的角速度 ω ($\omega = \frac{2\pi}{T}$)。
6. 比較理論值 $\Omega = \frac{mgd}{I\omega}$ 和 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 進動的角速度值。

五、問題：

1. 進動如何產生？
2. 進動方向如何決定？

六、討論：