有關 PHASOR

Phasor 的定義

Phasor **是用來簡化交流訊號的計算，特別是對於線性電路行為的討論。**

對於一角頻率為w**的單頻交流訊號，我們可以寫為**

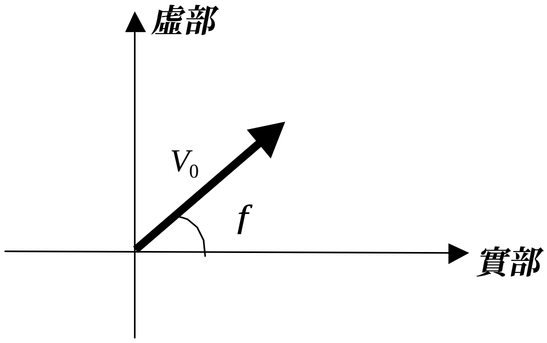
$v(t) = V_0 \cos(wt + f)$ **（電壓訊號）或** $i(t) = I_0 \cos(wt + f)$ **（電流訊號）**

其中 V_0 **（**I_0**）是振幅（為一正實數），**f**是相角**

$v(t)$**的** phasor **定義：**

$$\mathbf{V} = V_0 e^{jf} = V_0 \angle f$$

V 為一複數，在複數空間中為一向量，如下圖



Phasor **的加法即複數的加法，也就是在複數空間中向量的加法。**

已知一訊號的 phasor **表示，如何求真正的訊號呢？**

這裡要特別說明一下，要將 phasor **V 還原為時間的函數，必須要知道所討論訊號的頻率**w**，然後**

$$v(t) = \mathrm{Re}\{\mathbf{V} e^{jwt}\} = \mathrm{Re}\{V_0 e^{jf} e^{jwt}\} = V_0 \cos(wt + f)$$

[**例題**]

(1) $|A| \sin wt \rightarrow |A| \cos\left(wt - \frac{p}{2}\right) \rightarrow |A| e^{-jp/2} \rightarrow |A| \angle -90^\circ \rightarrow -j|A|$

(2)**利用** phasor **求** $\sin wt + \cos wt$

$$\sin wt + \cos wt \rightarrow -j + 1 \rightarrow \sqrt{2} e^{-j\frac{p}{4}}$$

$$\rightarrow \mathrm{Re}\left\{\sqrt{2} e^{-j\frac{p}{4}} e^{jwt}\right\} = \sqrt{2} \cos\left(wt - \frac{p}{4}\right)$$

Phasor 的微分與積分

交流訊號對時間的微分，相當於對應的 phasor **乘一個** jw

$$\frac{d}{dt}\left[V_0\cos(wt+f)\right]=\frac{d}{dt}\mathrm{Re}\left\{V_0e^{jf}e^{jwt}\right\}=\mathrm{Re}\left\{\frac{d}{dt}\left[V_0e^{jf}e^{jwt}\right]\right\}=\mathrm{Re}\{\underbrace{jwV_0e^{jf}e^{jwt}}_{\text{取 phasor}}\}$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt}=jw\mathbf{V}$$

交流訊號對時間的積分，不考慮啟始條件的話，相當於對應的 phasor **乘** $1/jw$

阻抗的複數表象

電阻

電阻的電流電壓關係為 $v(t)=i(t)R$

假如只考慮某個頻率的訊號，$v(t)=V_0\cos(wt+f)$**，則** $i(t)=(V_0/R)\cos(wt+f)$**，**
電流電壓的相位相同，即 $\mathbf{V}=\mathbf{I}R$**，**$\mathbf{Z}=\mathbf{V}/\mathbf{I}=R$**。**

電容

電容的電流電壓關係為 $i(t)=Cdv(t)/dt$

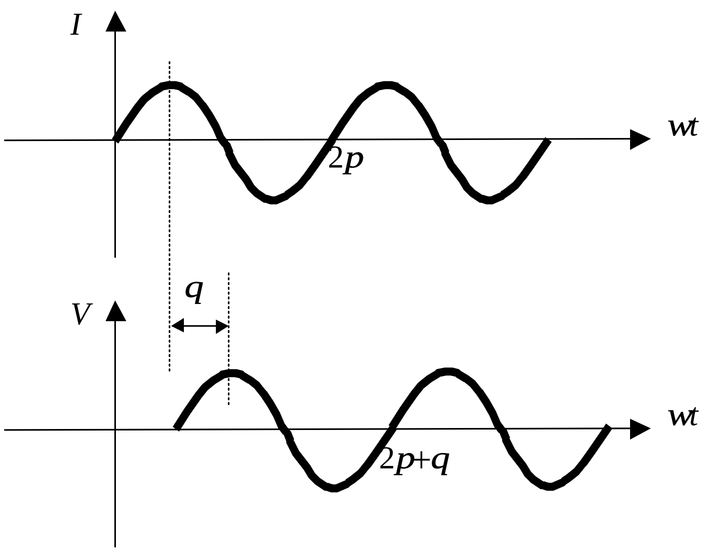
寫成 phasor**，**$\mathbf{I}=jwC\mathbf{V}$**，**$\mathbf{Z}=\mathbf{V}/\mathbf{I}=1/jwC$**。**

電感

電感的電流電壓關係為 $v(t)=Ldi(t)/dt$

寫成 phasor**，**$\mathbf{V}=jwL\mathbf{I}$**，**$\mathbf{Z}=\mathbf{V}/\mathbf{I}=jwL$**。**

阻抗 $\mathbf{Z}=|\mathbf{Z}|e^{jq}$**為複數，代表通過該元件的電流與其端電壓有相差**q**。或說 V 比 I 落後**q**。（想一想？？什麼叫落後？看看下圖！）**



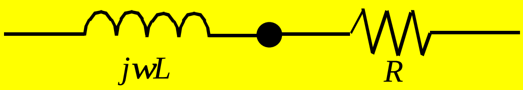
阻抗的組合

不同被動元件的並聯和串聯後整體的阻抗求法和電阻的組合類似。

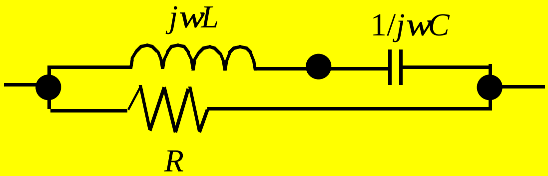
串聯：$\mathbf{Z}=\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2$

並聯：$\mathbf{Z}=\mathbf{Z}_1//\mathbf{Z}_2=\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2/(\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2)$

[**例題**]



$=jwL+R$



$$=(jwL+\frac{1}{jwC})//R$$

$$=\frac{(jwL+\frac{1}{jwC})R}{(jwL+\frac{1}{jwC})+R}$$

用複數函數表示之轉換函數(Transfer Function)

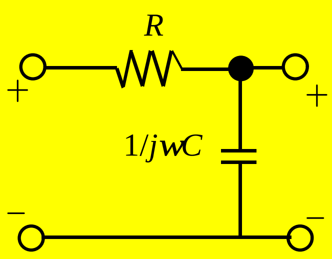
一般雙埠線性系統（例如放大器、濾波器等）之轉換函數可以寫為 $\mathbf{H}(s)=\mathbf{V}_{out}(s)/\mathbf{V}_{in}(s)$**，其中** $s=jw$**。**

$$\mathbf{H}(jw)=|\mathbf{H}(jw)|e^{jf(w)}$$

$$|\mathbf{V}_{out}(jw)|=|\mathbf{H}(jw)||\mathbf{V}_{in}(jw)| \qquad \angle[\mathbf{V}_{out}(jw)]=\angle[\mathbf{V}_{in}(jw)]+f(w)$$

[**例題**]

低通濾波器之轉換函數可以寫為



$$\mathbf{H}(s)=\frac{1/sC}{1/sC+R}=\frac{1}{1+sRC}$$

或

$$\mathbf{H}(jw)=\frac{1/jwC}{1/jwC+R}=\frac{1}{1+jwRC}$$

$$|\mathbf{H}(jw)|=\frac{1}{\sqrt{1+(wRC)^2}}$$

$$f(w)=-\tan^{-1}wRC$$

假如某一低通濾波電路 $RC=1$ ms**，輸入一訊號如下**

$$v_{in}(t)=10\cos(10t)+10\cos(1000t)$$

輸出如何計算？

對 v_{in} **中第一項，**w_1 **為** 10 rad/s**，**w_1RC<<1**，故**$|\mathbf{H}(jw_1)|$~1**，** $f(w_1)$~0**，對應的輸出為**$v_{\text{out1}}(t) = 10\cos(10t)$

對 v_{in} **中第二項，**w_2 **為** 1000 rad/s**，**w_2RC=1**，故**$|\mathbf{H}(jw_2)|=\sqrt{2}$ **，** $f(w_2)$=-p/4**，對應的輸出為**$v_{\text{out2}}(t) = \dfrac{10}{\sqrt{2}}\cos(1000t - \dfrac{p}{4})$

全部的輸出則為上面兩者之合，即

$$v_{\text{out}}(t) = 10\cos(10t) + \frac{10}{\sqrt{2}}\cos(1000t - \frac{p}{4})$$