

ARCH/GARCH

模型設定、估計、檢定與實例分析

林金龍

東華大學財務金融系

2009年10月

1 簡介

1.1 財務時間數列資料的特性

股票報酬率及許多金融資產報酬率的時間數列資料通常具有下列特性：

1. 股票報酬率前後期間的關聯性很低或完全不相關，但其平方項卻存在很強烈的序列相關 (autocorrelation)，亦即波動性具強烈的相關性。
2. 股票報酬率具波動群聚性 (volatility clustering)，即大的衝擊伴隨大的衝擊出現，小的衝擊跟著小的衝擊出現。
3. 股票報酬率的分佈具厚尾 (fat tail) 的情況，出現大幅升貶的機率大於常態分配下出現的機率。
4. 股票報酬率發生波動時，會漸漸回到其長期的水準值 (return to mean)。

另外，財務報酬率的時間序列資料的精確度高，資料數量非常大，可以不同的頻率衡量。資料頻率可由日資料提升到小時、10分鐘、5分鐘、1分鐘，甚至到含每一筆全市場所有交易的資料。對於不同頻率，我們需注意下列事項：

1. 資料的頻率愈高, 交易價格與交易值受到非經濟因素的影響愈大; 干擾多時, 資料的品質下降, 資訊所含有的訊息量不會隨著資料量作等比率增加。
2. 當研究模型中含有總體經濟或公司營運資料時, 資料頻率較低, 財務變數可用的資料頻率會受到影響。
3. 對不同的研究議題, 最適的頻率不同。
4. 依時加總 (temporal aggregation) 會影響財務時間數列的特性。例如, 高頻資料的 ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) 現像在低頻時可能會消失 (中央極限定理的應用)。

線性的常態時間數列模型無法解釋上述被觀察到的資料特性, 因此吸引了許多學者尋找非常態模型來分析財務時間資料的波動性。首先由 Engle(1982) 提出 ARCH 模型來配適財務時間數列資料, 接著由 Bollerslev(1986) 提出一般化的 ARCH 模型 (GARCH), 之後一連串的模式如 IGARCH, GARCH-M, EGARCH, GJR-GARCH 等被提出來重現財務資料的波動性。上述模型為單變量的模型, 但不同金融資產或不同金融市場的報酬率具關聯性, 如台灣股市的波動性會受到美國股市的波動性的影響, 因此多變量的 ARCH, GARCH 模型也被提出, 然而我們僅介紹單變量模型。

2 ARCH模型

2.1 模型

Engle(1982) 提出 ARCH 模型, 我們先以最簡單 ARCH(1) 模型說明如下。考慮報酬率 (r_t) 的模型如下:

$$r_t = \mu_t + a_t$$

μ_t 為 r_t 的條件期望值, a_t 為 t 期的干擾項 (innovation)。在 ARCH 模型下, a_t 不存在序列線性相關, 但平方項卻彼此相關。對此 Robert Engle 教授頗有創意的將 a_t 分

解成兩個項目相乘,

$$\begin{aligned}a_t &= \sqrt{h_t}\epsilon_t \\h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \\ \epsilon_t &\sim iid\ N(0, 1)\end{aligned}$$

令 F_{t-1} 代表過去資訊的集合, 則

$$\begin{aligned}E(a_t^2|F_{t-1}) &= E(h_t\epsilon_t^2|F_t) \\ &= h_tE(\epsilon_t^2|F_{t-1}) \\ &= h_t\end{aligned}$$

亦即, h_t 為 a_t 的條件變異數。顯而易見的是, 當 $s < t$,

$$\begin{aligned}E(a_t a_s) &= E(\sqrt{h_t}\epsilon_t\sqrt{h_s}\epsilon_s) \\ &= E(E(\sqrt{h_t}\epsilon_t\sqrt{h_s}\epsilon_s|F_s)) \\ &= E(\sqrt{h_t}\sqrt{h_s}E(\epsilon_t\epsilon_s|F_s)) \\ &= E(\sqrt{h_t}\sqrt{h_s}E(\epsilon_t\epsilon_s)) \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E(a_t^2 a_s^2) &= E(h_t\epsilon_t^2 h_s\epsilon_s^2) \\ &= E(E(h_t\epsilon_t^2 h_s\epsilon_s^2|F_s)) \\ &= E h_t h_s (E(\epsilon_t^2 \epsilon_s^2|F_s)) \\ &= E(h_t h_s E(\epsilon_t^2 \epsilon_s^2)) \\ &= h_t h_s \\ &\neq 0\end{aligned}$$

上式我們稱為 ARCH(1) 模型, a_t 本身不自我相關但平方項卻存在自我相關, 這與觀察的事實吻合。關於 ϵ_t 分配, 除了常態分配外,t分配,Generalized Error Distribution (GED) 等亦經常 被使用。

ARCH(1) 模型可以推演成 AR(1) 模型。令 $\eta_t = a_t^2 - h_t$ 則

$$\begin{aligned} E(\eta_t | F_{t-1}) &= E(a_t^2 - h_t | F_{t-1}) \\ &= E(a_t^2 | F_{t-1}) - E(h_t | F_{t-1}) \\ &= h_t - h_t \\ &= 0 \end{aligned}$$

故 η_t 爲一鞅差 (martingale difference) 序列。將 $h_t = a_t^2 - \eta_t$ 代入 ARCH(1) 模型, 可得:

$$a_t^2 - \eta_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \implies a_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \eta_t$$

換言之, ARCH(1) 模型將殘差的平方設定成一 AR(1) 模型。

2.2 性質

接著我們探討 ARCH(1) 模型的性質, 首先由 a_t , 可以導出其一階與二階動差, 如下所示:

$$E(a_t) = E[E(a_t | F_{t-1})] = E[\sqrt{h_t} E(\epsilon_t)] = 0$$

$$Var(a_t) = E(a_t^2) = E[E(a_t^2 | F_{t-1})] = E(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(a_{t-1}^2)$$

因爲 a_t 爲一 stationary process, 其 $E(a_t) = 0, Var(a_t) = Var(a_{t-1}) = E(a_{t-1}^2)$, 因此, 由上式我們可以得出 $Var(a_t) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1)$ 。爲得出前述所提的資料厚尾的性質, 我們在 ϵ_t 爲常態分配的假設下, 可以導出給定過去資訊 F_{t-1} 下 a_t 的四階動差:

$$E(a_t^4 | F_{t-1}) = 3E[a_t^2 | F_{t-1}]^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2$$

因此,

$$E(a_t^4) = 3E(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2 = 3E[\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_1^2 a_{t-1}^4]$$

若 a_t 爲四階動差穩定, 其四階動差函數爲 $m_4 = E(a_t^4)$, 則我們可得出下式:

$$m_4 = 3[\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 Var(a_t) + \alpha_1^2 m_4] = 3\alpha_0^2(1 + 2\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}) + 3\alpha_1^2 m_4$$

$$\Rightarrow m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)}$$

由定義知, m_4 爲正值, 而滿足 m_4 爲正值的條件爲 $1 - 3\alpha_1^2 > 0$, *i.e.* $0 \leq \alpha_1^2 < 1/3$ 。

由 m_4 與 $Var(a_t)$ 的推導, 我們現在可以計算 a_t 的峰態係數(kurtosis), 即

$$\gamma_2 = \frac{E(a_t^4)}{[Var(a_t)]^2} = 3 \frac{\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \times \frac{(1 - \alpha_1)^2}{\alpha_0^2} = 3 \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} > 3$$

因爲我們得出的峰態係數大於 3, 因此我們可以發現 a_t 分配具有厚尾的性質。當 $t-1$ 期的報酬率有大幅變動時, a_{t-1}^2 變大, h_t 也增大, a_t^2 變大的機率大幅提升, 表現出波動群聚的特性。

2.3 延伸

接著我們將 ARCH(1) 模型擴展到 ARCH(q) 模型, 即

$$\begin{aligned} a_t &= \sqrt{h_t} \epsilon_t \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q a_{t-q}^2 \end{aligned}$$

相同的, 在 ARCH(q) 模型中, a_t^2 爲其一 AR(q) 模型。令 $\eta_t = a_t^2 - h_t$ 則

$$\begin{aligned} E(\eta_t | F_{t-1}) &= E(a_t^2 - h_t | F_{t-1}) \\ &= E(a_t^2 | F_{t-1}) - E(h_t | F_{t-1}) \\ &= h_t - h_t \\ &= 0 \end{aligned}$$

故 η_t 爲一鞅差序列。將 $h_t = a_t^2 - \eta_t$ 代入 ARCH(q) 模型, 可得:

$$a_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q a_{t-q}^2 + \eta_t$$

當然, ARCH(q) 模型亦保留如 ARCH(1) 所得出的性質: 厚尾與波動群聚性。

2.4 條件殘差的分配

除了常態分配外, Student-t distribution 與 Generalized Error Distribtuion(GED) 爲常用的分配, 他們機率分配的尾部均較常態爲厚, 能產生較多的極端值。

- Student-t distribution

$$\begin{aligned} f(z; v) &= \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\sqrt{\pi(v-2)}\Gamma(\frac{v}{2})} \frac{1}{(1 + \frac{z^2}{v-2})^{\frac{v+1}{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{v-2}B(1/2, v/2)} \frac{1}{(1 + \frac{z^2}{v-2})^{\frac{v+1}{2}}} \end{aligned}$$

式中 $v > 2$ 爲 z 的自由度, 決定機率分配的形狀 (shape parameter),

$B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b)/\Gamma(a+b)$ 爲 beta 函數。四個動差爲 $E(z) = 0, Var(Z) = v/(v-2), \gamma_1 = 0, \gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{6}{v-4}$

- GED

$$\begin{aligned} f(z; v) &= \frac{v}{\lambda_v 2^{1+1/v} \Gamma(1/v)} e^{-1/2 |\frac{z}{\lambda_v}|^v} \\ \lambda_v &= (\frac{2^{-2/v} \Gamma(1/v)}{\Gamma(3/v)})^{1/2} \end{aligned}$$

式中 $0 < v \leq \infty$ 。四個動差爲 $E(z) = 0, V(z) = 1, \gamma_1 = 0, \gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{\Gamma(1/v)\Gamma(5/v)}{\Gamma(3/v)^2} - 3$ 。

2.5 估計

有兩種方法可以用來估計 ARCH 模型, 即最小平方方法與最大概似函數法, 分別討論如下:

1. 最小平方方法 (OLS)

首先我們可以先配適酬率的迴歸模型, 以最小平方方法求得殘差, 將當期殘差的平方對常數與前期殘差的平方 進行 OLS 的參數估計 $(\alpha_0, \dots, \alpha_q)$ 。用 OLS 法所估計出來的參數為 BLUE, 具一致性, 但因為 ARCH 模型並非線性模型, 因此 OLS 之估計參數不具效率 (inefficient), 即其變異數並非為最小, 所以 MLE 的估計法是為佳的。

2. 最大概似函數估計法 (MLE)

我們由 $\epsilon_t = \frac{a_t}{\sqrt{h_t}}$ 的機率密度函數導出 r_t 的概似函數, 便可以利用最大概似法進行參數估計。如前所述, ϵ_t 可為常態、t-分配、GED 或其他分配。

2.6 ARCH檢定

Robert Engle 教授導出 ARCH 的 LM 檢定, 因計算簡單廣被採用, 為促成 ARCH 廣泛流行原因之一。要檢定某一數列是否為一 ARCH(q) 模型可表示成:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q a_{t-q}^2$$

$$H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$$

$$H_a = \alpha_i \neq 0 \text{ for any } i$$

檢定步驟:

1. 作均值迴歸 (如 MA(1)+weekend effect), 計算殘差 $\hat{a}_t$
2. 以 $\hat{a}_t^2$ 對常數項, $\hat{a}_{t-1}^2, \dots, \hat{a}_{t-q}^2$ 作迴歸並計算 TR^2 , 式中 T 為樣本大小, R^2 為判定係數。
3. 若虛無假設成立 (即沒有 ARCH) 則 TR^2 服從 $\chi^2(q)$ 分配。

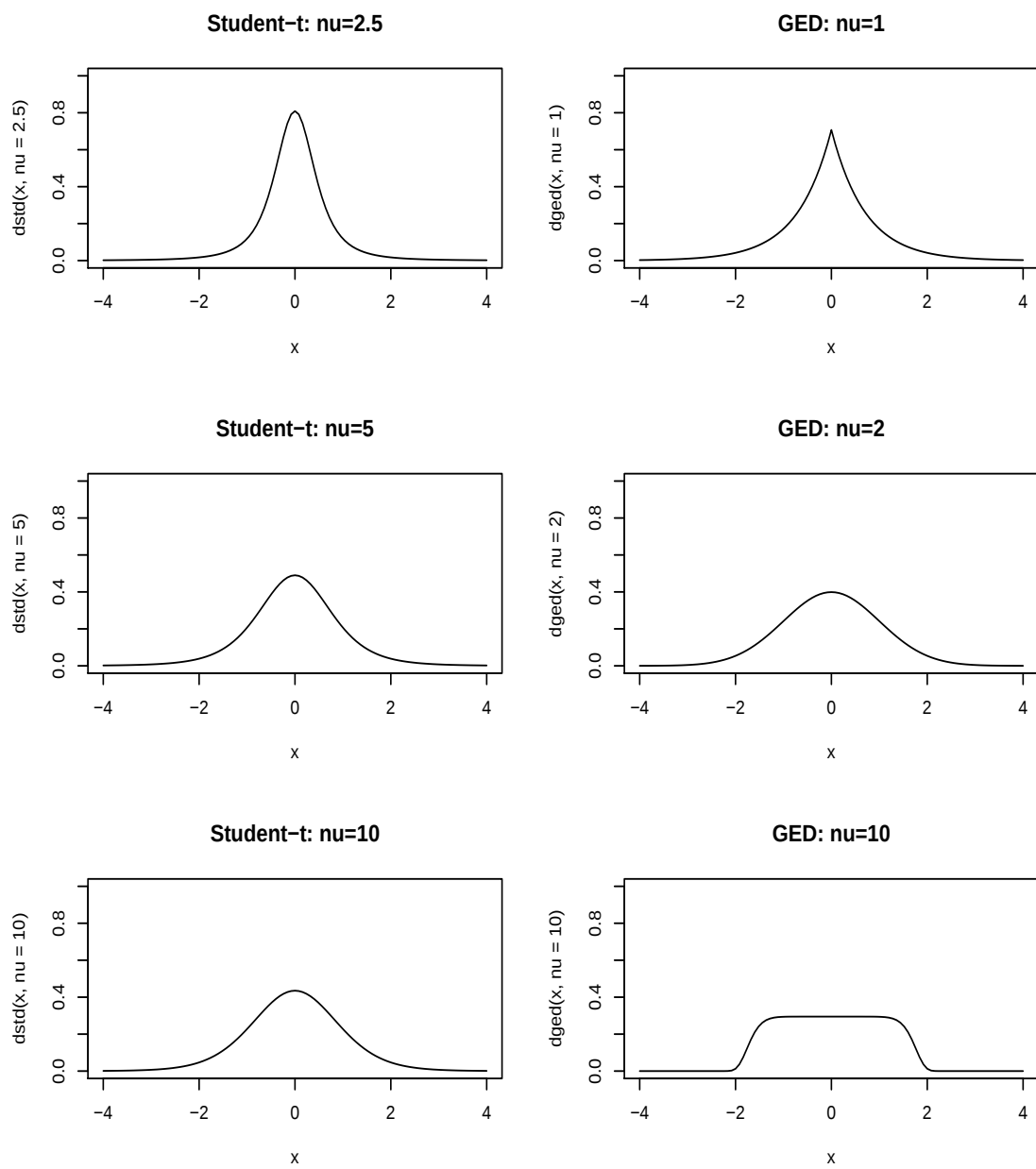


Figure 1: Density functions for Student-t and GED

2.7 數值分析

由於最大概似值法沒有明確的分析解, 必需以數值分析得解, 常用的algorithms 爲

1. SQP: Sequential Quadratic Programming algorithm
2. NLMINB:
3. BFGS:

2.8 預測

由ARCH 模型, 可以 AR 模型表現出來, 因此其 forecasting 正如 AR 模型一般, 在 t 期的資訊集合 (F_t) 下, 可以導出一期預測如下(以ARCH(1) 爲例):

$$h_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 a_t^2$$

二期預測:

$$\begin{aligned} h_t(2) &= \alpha_0 + \alpha_1 h_t(1) \\ &\vdots \end{aligned}$$

將此預期公式一般化,

$$h_t(\ell) = \alpha_0 + \alpha_1 h_t(\ell - 1), \ell > 1$$

2.9 ARCH模型所遭遇的問題

對 ARCH(q) 模型進行估計, 所遭遇的最大問題是, 當落後期數 (q) 太長時, 會產生太多參數需要估計, 但因樣本數有限, 故會造成我們在進行參數估計 與檢定的估計精密度與檢力降低的麻煩。在線性 AR(q) 模型中, 若落後期數太長, 即高階的 AR 模型, 我們可以利用 ARMA 模型來進行配適, 以減少因樣本數有限下, 造成太多參數估計與檢定上的問題。而在 ARCH(q) 模型下, 我們亦可以利用相同的概念來解決 ARCH(q) 模型估計所造成的問題, 因此 Bollerslev(1986) 提出一般化的 ARCH 模型 (GARCH) 可以用來解決此一問題。

3 GARCH模型

GARCH(1,1) 模型, 設定如下:

$$\begin{aligned} a_t &= \sqrt{h_t} \epsilon_t, \\ h_t &= E(a_t^2 | F_{t-1}) \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \\ \epsilon_t &\sim iid N(0, 1) \end{aligned}$$

爲符合弱穩定性質, 需限制 $0 \leq \alpha_1, \beta_1 \leq 1, \alpha_1 + \beta_1 < 1$ 。相同的, 我們可以將其擴展成 GARCH(p,q) 模型, 設定如下:

$$a_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t, h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \epsilon_t \sim (0, 1)$$

依據前述 ARCH 模型的做法, 可以得出 GARCH 模型中, a_t^2 爲一 ARMA 模型, 以 GARCH(1,1) 爲例, 說明如下:

$$\begin{aligned} \eta_t &= a_t^2 - h_t \\ h_t &= a_t^2 - \eta_t \end{aligned}$$

代入 h_t , 得

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \\ a_t^2 - \eta_t &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 (a_{t-1}^2 - \eta_{t-1}) \\ a_t^2 &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) a_{t-1}^2 + \eta_t - \beta_1 \eta_{t-1}, \end{aligned}$$

如前所述, $E(\eta_t | F_{t-1}) = 0$, η_t 爲一鞅差數列, 故 a_t^2 的模型爲 ARMA(1,1)。爲一 ARMA(1,1) 模型。對於 GARCH(p,q) 模型, 令 $m = \max(p, q)$,

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}$$

$$\begin{aligned}
a_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i a_{t-i}^2 - \sum_{j=1}^p \beta_j \eta_{t-j} + \eta_t \\
&= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_j) a_{t-i}^2 - \sum_{j=1}^p \beta_j \eta_{t-j} + \eta_t
\end{aligned}$$

where $\alpha_i = 0$ for $i = q + 1, \dots, m$, $\beta_j = 0$ for $j = p + 1, \dots, m$ 。亦即, a_t^2 的模型爲 $ARMA(m, p)$ 。

3.1 性質

與ARCH 模型相同的, GARCH 模型也可以導出報酬率分配具厚尾的特性, 以 GARCH(1,1) 爲例, 若

$$1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 > 0$$

則

$$\gamma_2 = \frac{E(a_t^4)}{[Var(a_t)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3,$$

其亦可表現波動群聚性的性質。

3.2 估計

估計程序仍以MLE 法進行估計, 如前所述。

3.3 預測

我們仍以GARCH(1,1) 爲例, 說明其預測:

一期預測:

$$h_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_t$$

二期預測:

$$h_t(2) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) h_t(1)$$

⋮

將上述預期公式一般化,

$$h_t(\ell) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)h_t(\ell - 1), \ell > 1$$

此公式與在 ARMA(1,1) 模型中, AR 部分的係數為 $1 - (\alpha_1 + \beta_1)$ 的例子相同, 將上述的一般化公式, 反覆代疊, 可得出下式:

$$h_t(\ell) = \frac{\alpha_0[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{\ell-1}]}{1 - \alpha_1 - \beta_1} + (\alpha_1 + \beta_1)^{\ell-1}h_t(1)$$

因此,

$$h_t(\ell) \longrightarrow \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}, \text{ as } \ell \longrightarrow \infty,$$

我們可以發現, 當預測期數夠大, 則 GARCH(1,1) 模型的預測值會收斂到 $\text{Var}(a_t)$ 。

4 IGARCH與 GARCH-M

ARCH/GARCH家族成員廣大, 在此僅再介紹常用的兩種模型: IGARCH 與 GARCH-M, 其他重要成員將由蔡院士教授。

4.1 IGARCH

我們知道在 GARCH(1,1) 模型中, 要求 $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, 但實證上發現, $\alpha_1 + \beta_1 \simeq 1$, 即 a_t^2 可能不穩定, 因此 IGARCH 模型被提出。以 IGARCH(1,1) 為例, 如下所示:
由

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

因為 $\alpha_1 + \beta_1 = 1 \implies \alpha_1 = 1 - \beta_1$ 代入上式,

$$\implies h_t = \alpha_0 + \beta_1 h_{t-1} + (1 - \beta_1) a_{t-1}^2$$

我們亦可得出 IGARCH 模型的多期預期如下式,

$$h_t(\ell) = h_t(1) + (\ell - 1)\alpha_0, \quad \ell \geq 1$$

當 $\alpha_0 = 0$, 則模型對未來的預測均為一期預測值。此一特例也在 RiskMetrics 中被用來計算風險值 (Value at Risk)。

4.2 GARCH-M

GARCH-M 模型設定如下:

$$\begin{aligned}r_t &= \mu_t + ch_t + a_t \\a_t &= \sqrt{h_t}\epsilon_t \\h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}\end{aligned}$$

GARCH-M 模型將風險考慮進入報酬中, 式中的參數 c , 我們稱其為風險溢酬係數 (risk premium parameter)。在此模型中, 藉由 h_t 導入 mean equation 中, 導出報酬率間彼此存在相關性, 因此風險溢酬係數的存在, 也反映出歷史報酬具相關性的理由。

5 實例解析

本節分析台股指數報酬率、台積電(2330)、聯電 (2303), 台塑 (1301) 與中鋼 (2002) 的股價報酬率, 資料期間為 2004 年 1 月 2 日至 2007 年 5 月 31 日, 共計 843 個樣本點。

5.1 基本統計分析與時間數列圖

Table 1: Summary Statistics for 7 returns series: 2004/01/02 ~ 2007/05/31

	TAIEX	TSMC(2330)	UMC(2303)	FPG(1301)	ChinaSteel (2002)
nobs	842	842	842	842	842
Minimum	-6.678855	-6.988353	-6.970509	-6.862745	-6.764706
Maximum	5.568419	6.730769	6.993007	5.539359	6.666667
1. Quartile	-0.505078	-1.041215	-1.052079	-0.641731	-0.636437
3. Quartile	0.646495	1.062623	1.008202	0.788180	0.810616
Mean	0.041640	0.054265	-0.014862	0.055302	0.096739
Median	0.038483	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Variance	1.227673	3.265195	3.652541	1.567385	1.819927
Stdev	1.108004	1.806985	1.911162	1.251953	1.349047
Skewness	-0.515363	-0.009321	0.163251	-0.247341	0.142604
Kurtosis	4.682377	1.253273	1.816449	4.322230	3.302884

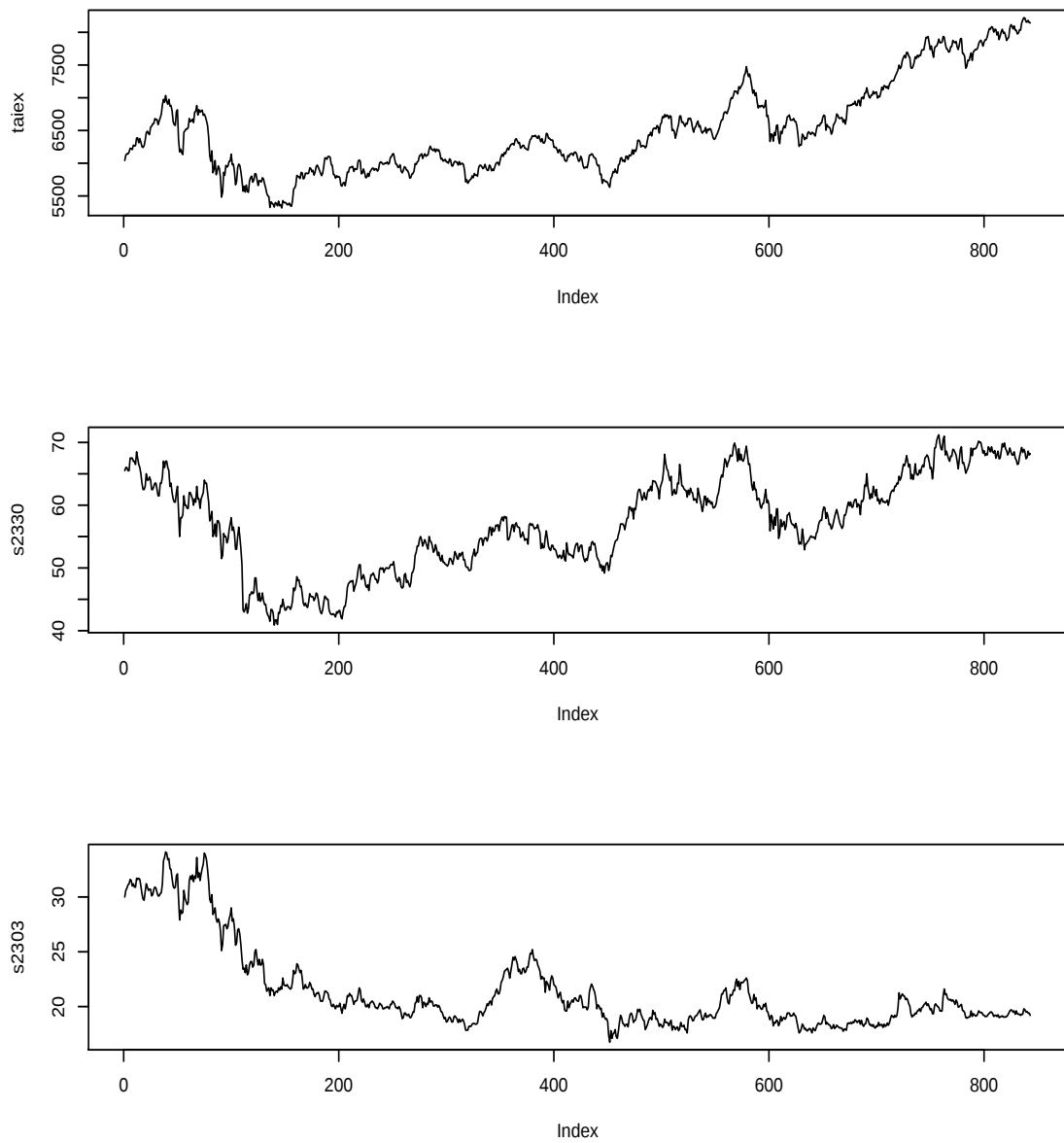


Figure 2: Time Series Plots for TAIEX, TSMC, UMC: indexes

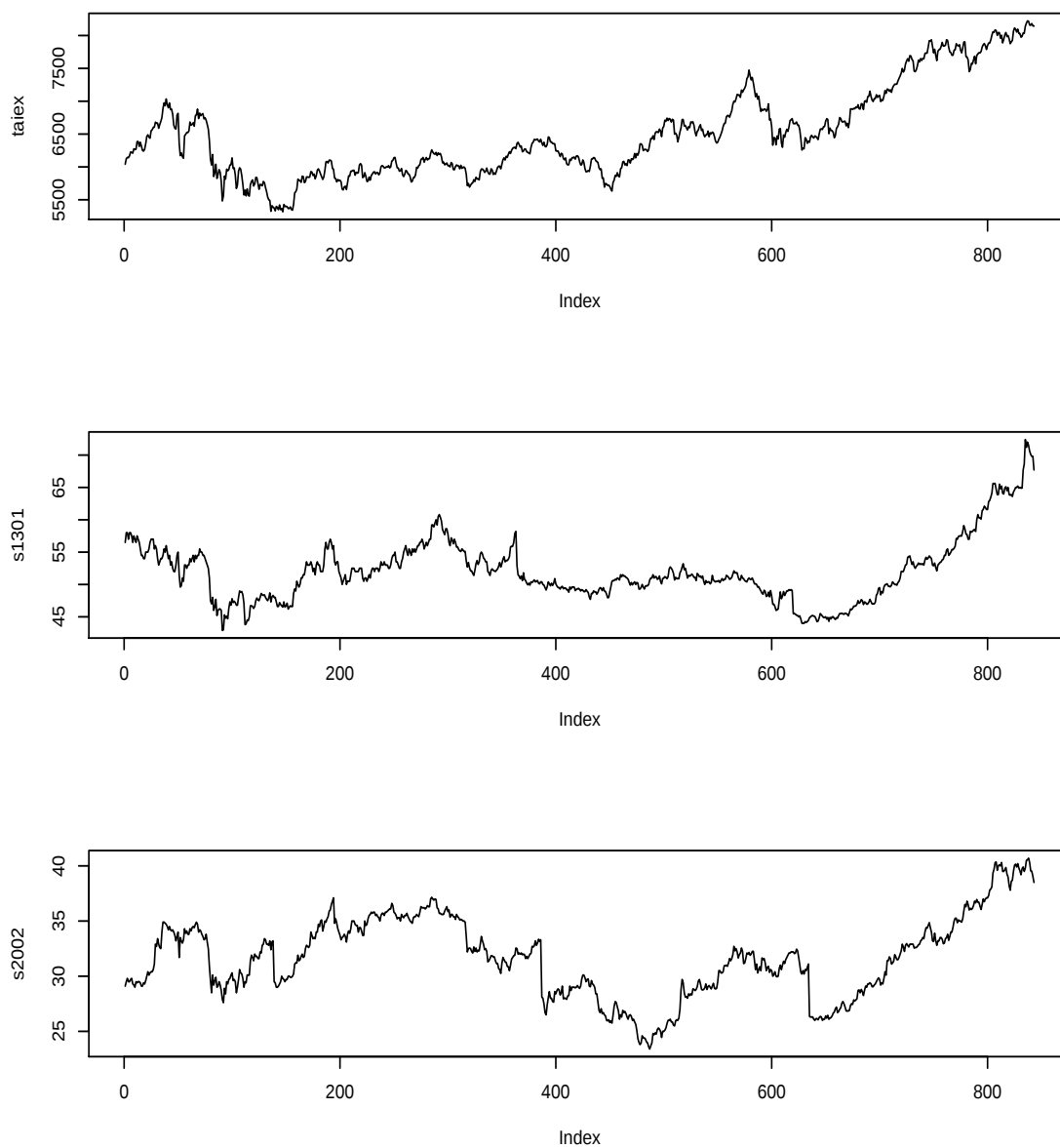


Figure 3: Time Series Plots for TAIEX, FPG, ChinaSteel indexes:
2004/01/02 ~ 2007/05/31

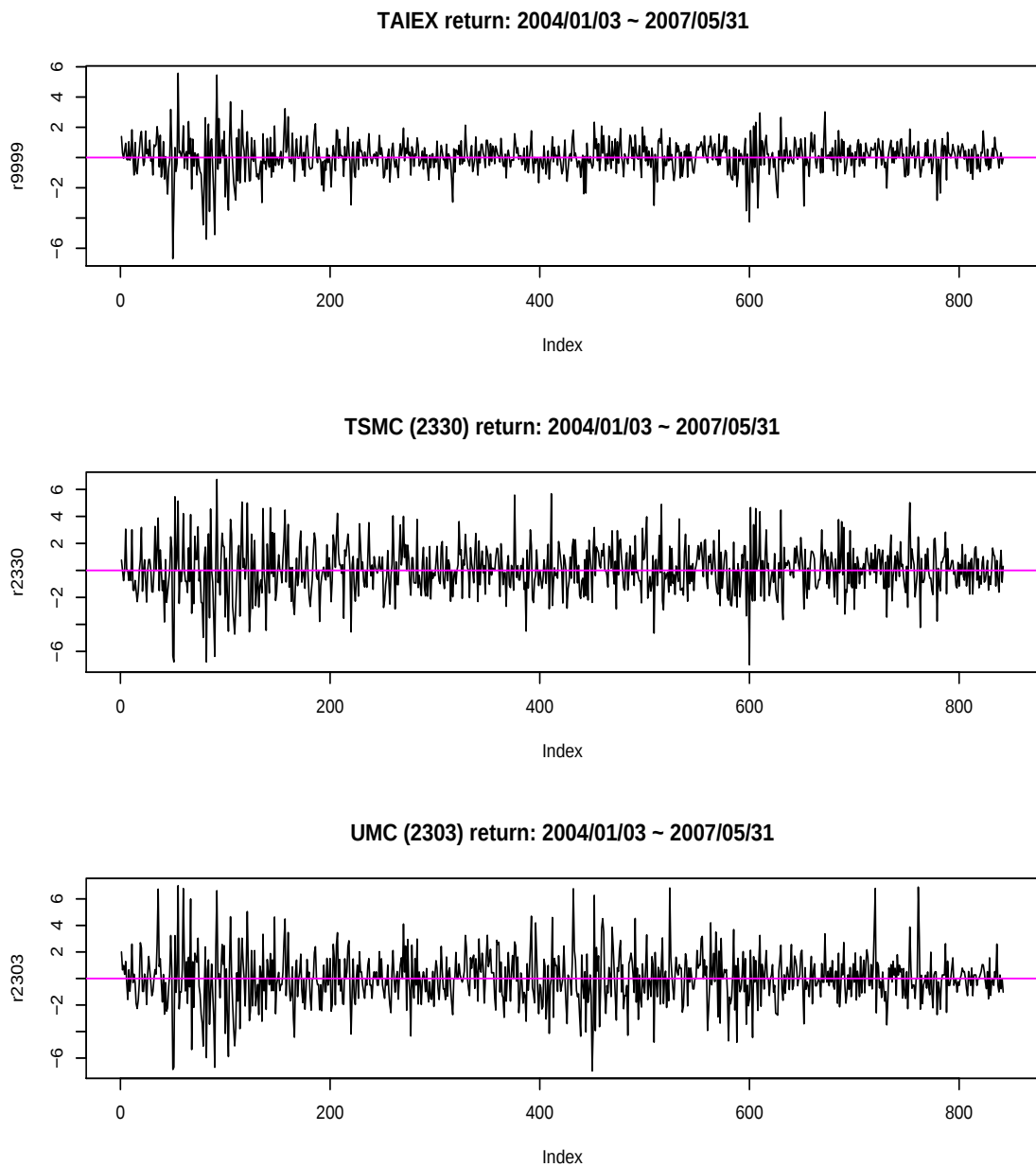


Figure 4: Time Series Plots for TAIEX, TSMC, UMC returns: 2004/01/02
~ 2007/05/31

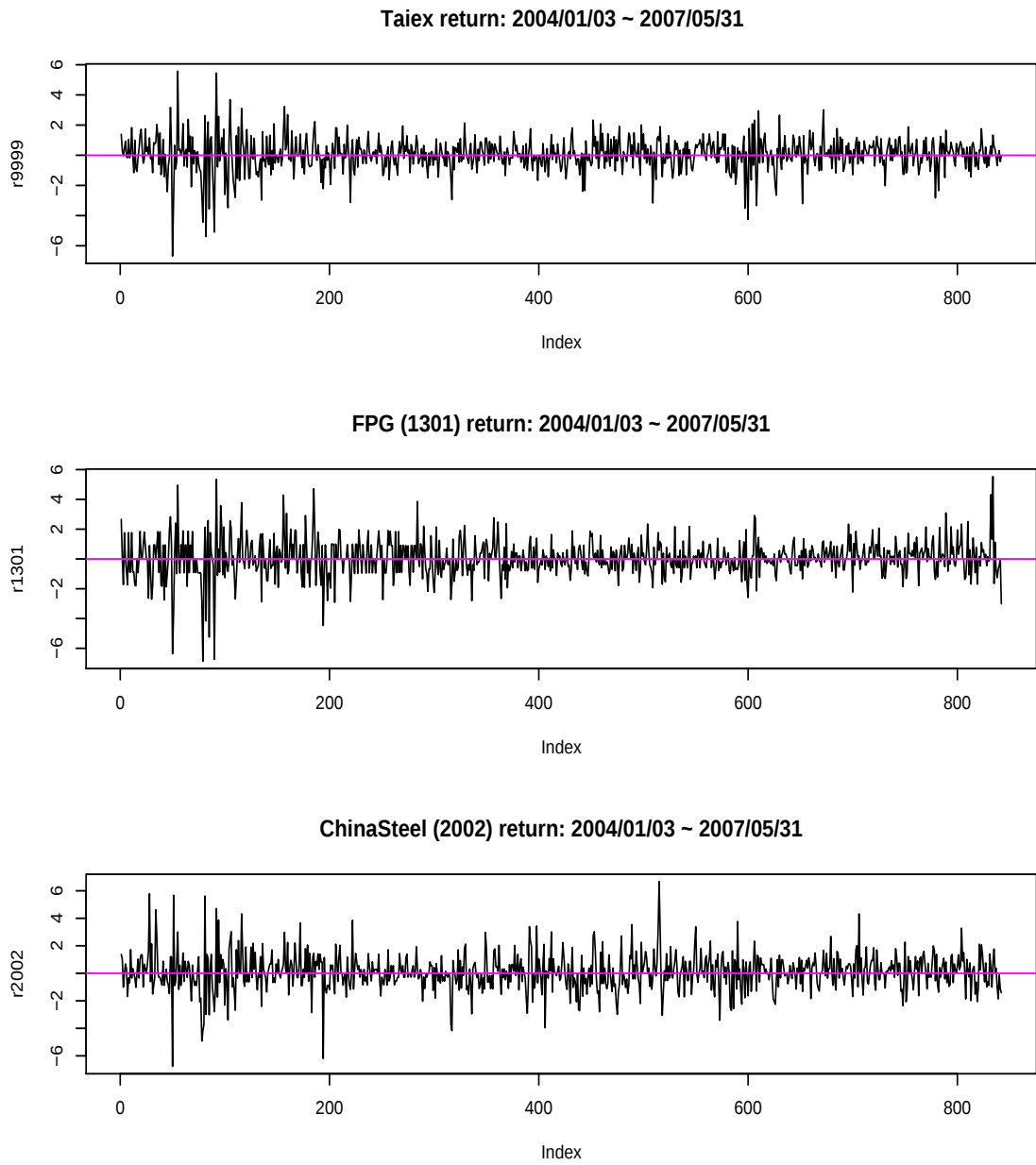


Figure 5: Time Series Plots for TAIEX, FPG, ChinaSteel returns:
2004/01/02 ~ 2007/05/31

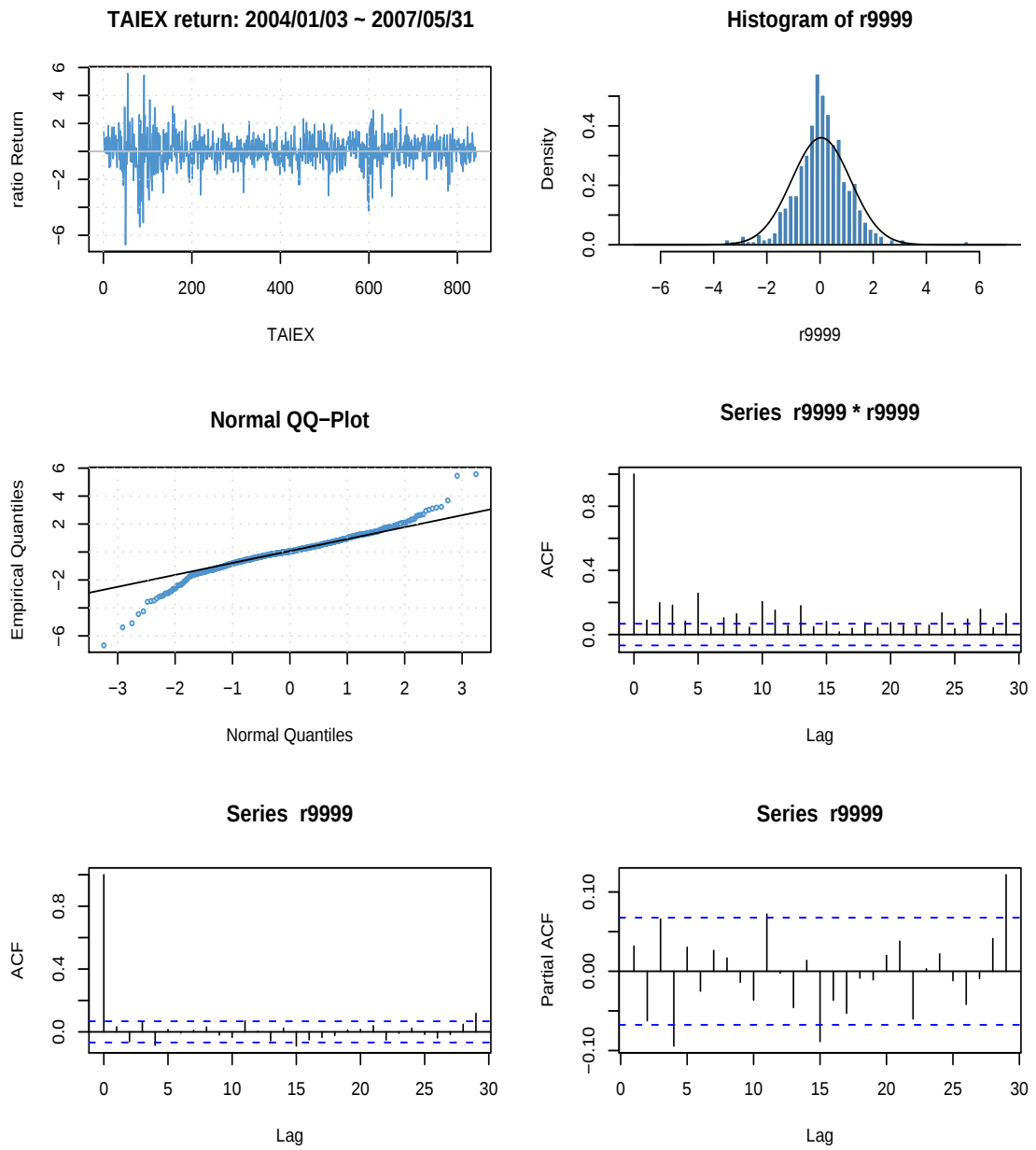


Figure 6: Diagnostic Figures for TAIEX Return: 2004/01/02 ~ 2007/05/31

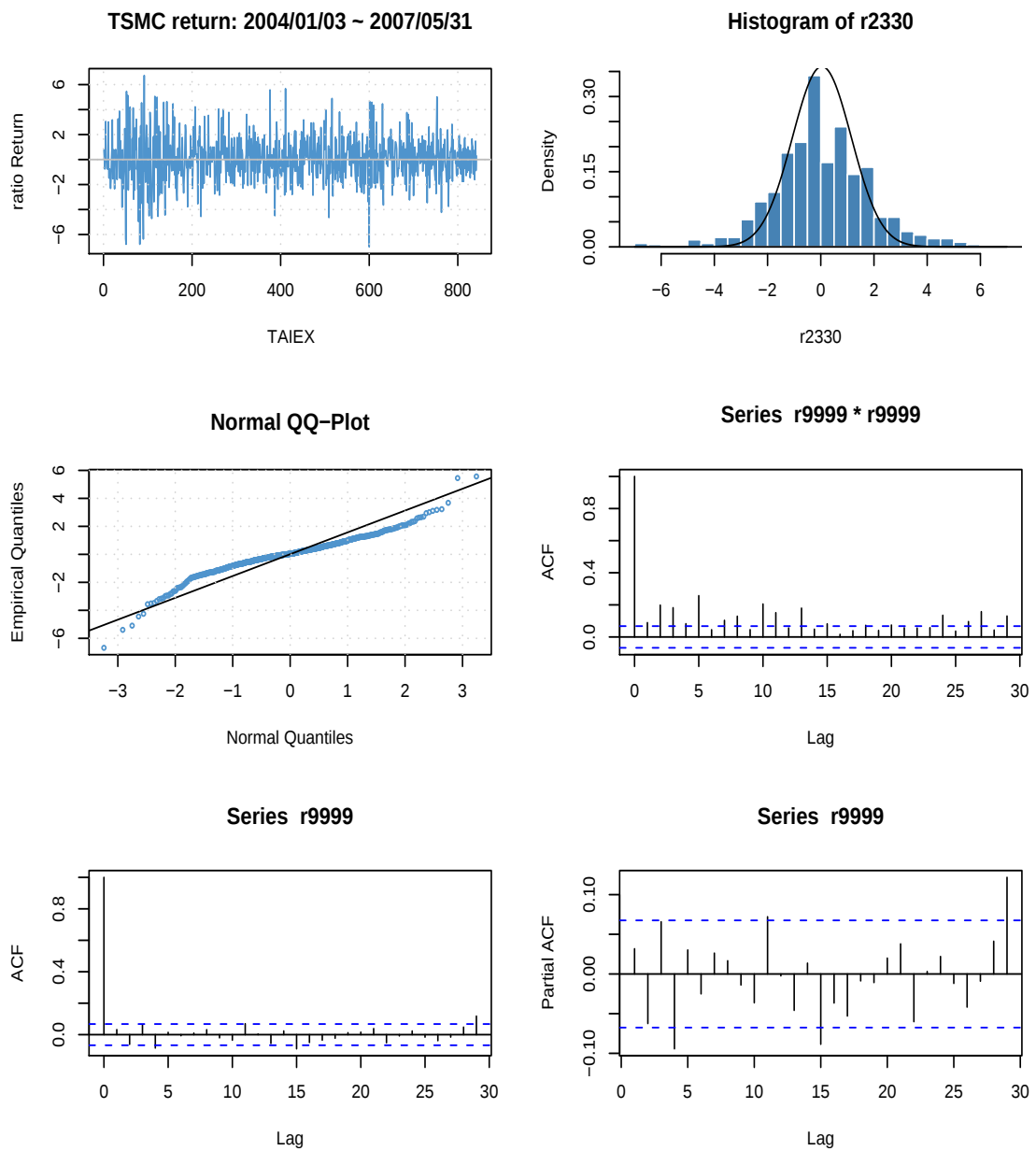


Figure 7: Diagnostic Figures for TSMC Return: 2004/01/02 ~ 2007/05/31

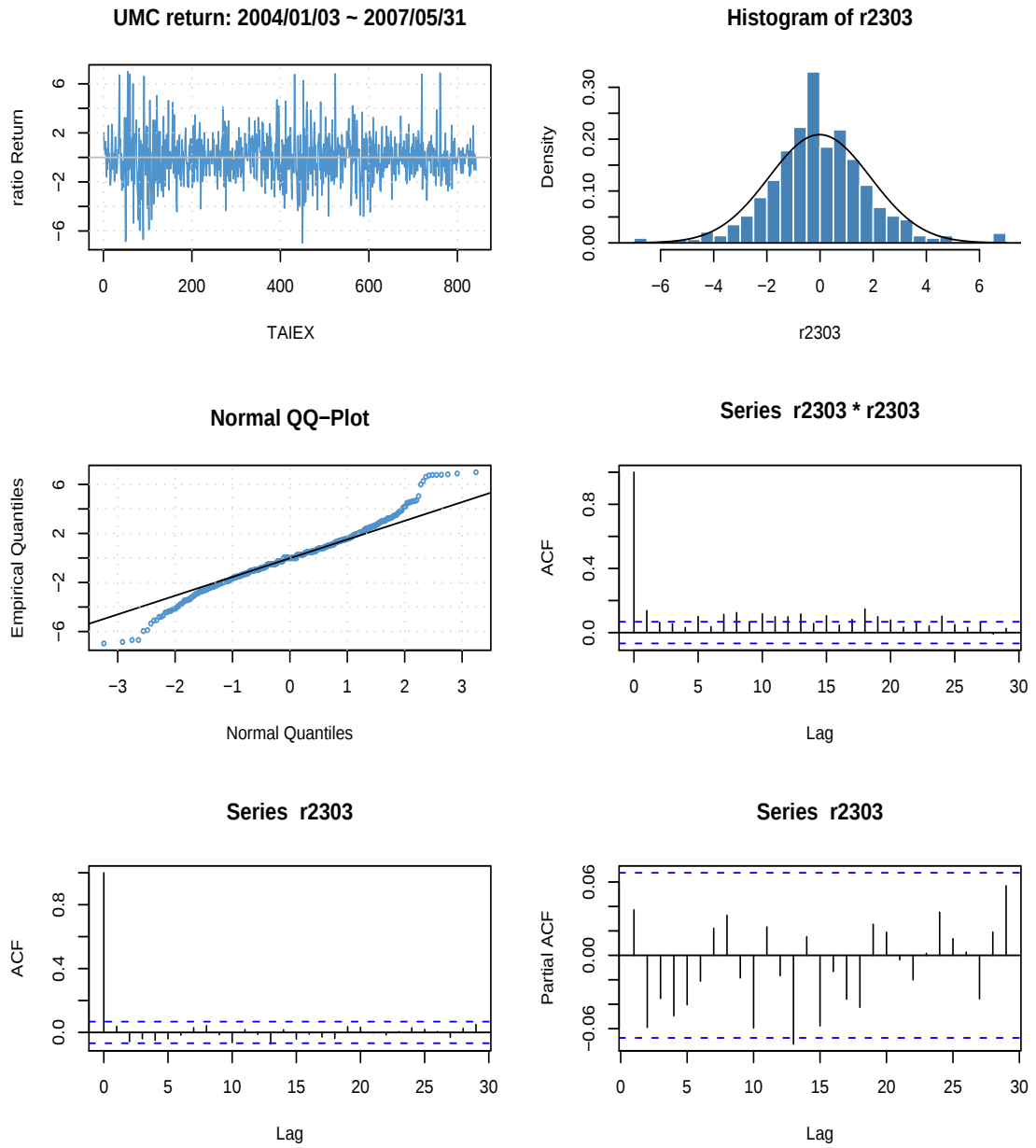


Figure 8: Diagnostic Figures for UMC Return: 2004/01/02 ~ 2007/05/31

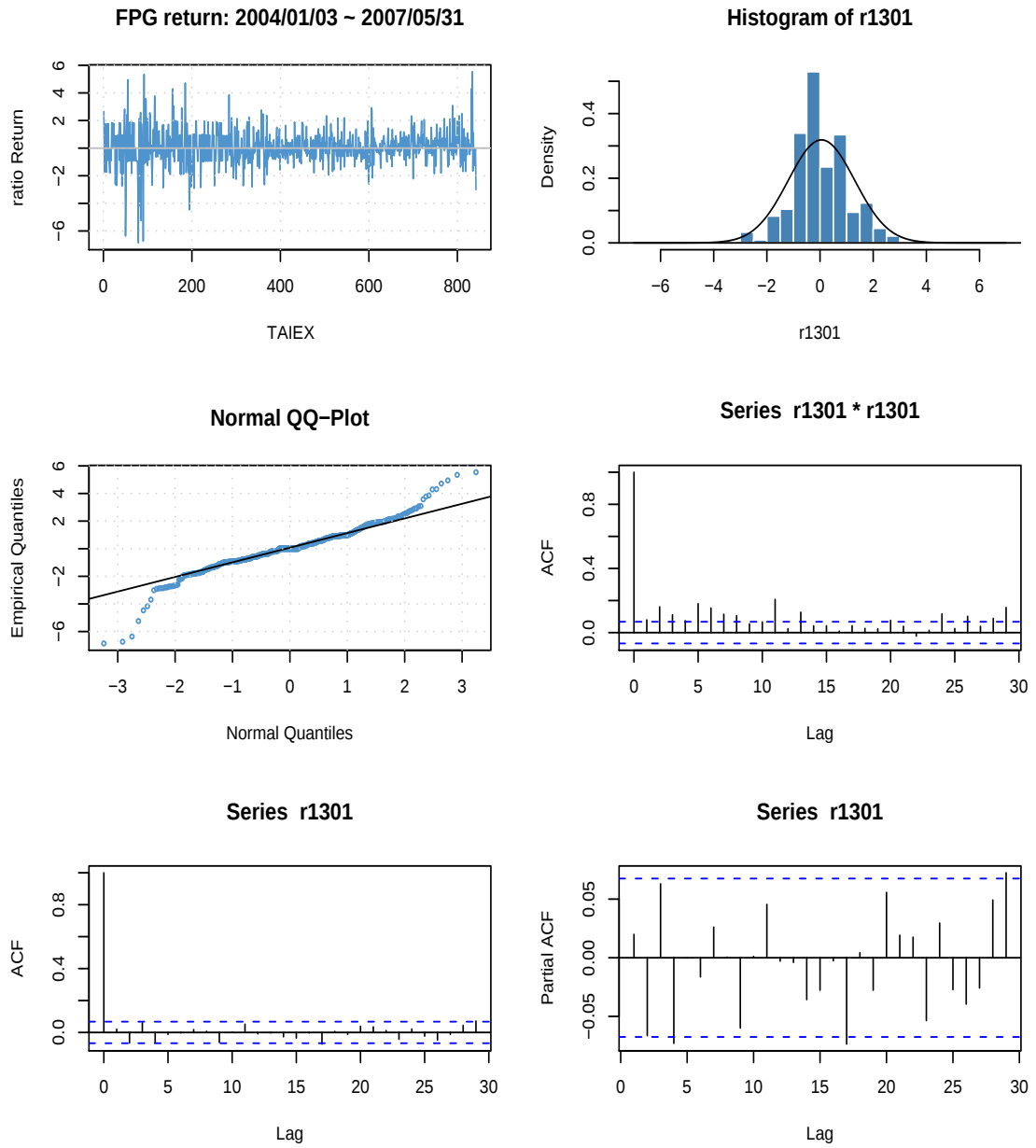


Figure 9: Diagnostic Figures for FPG Return: 2004/01/02 ~ 2007/05/31

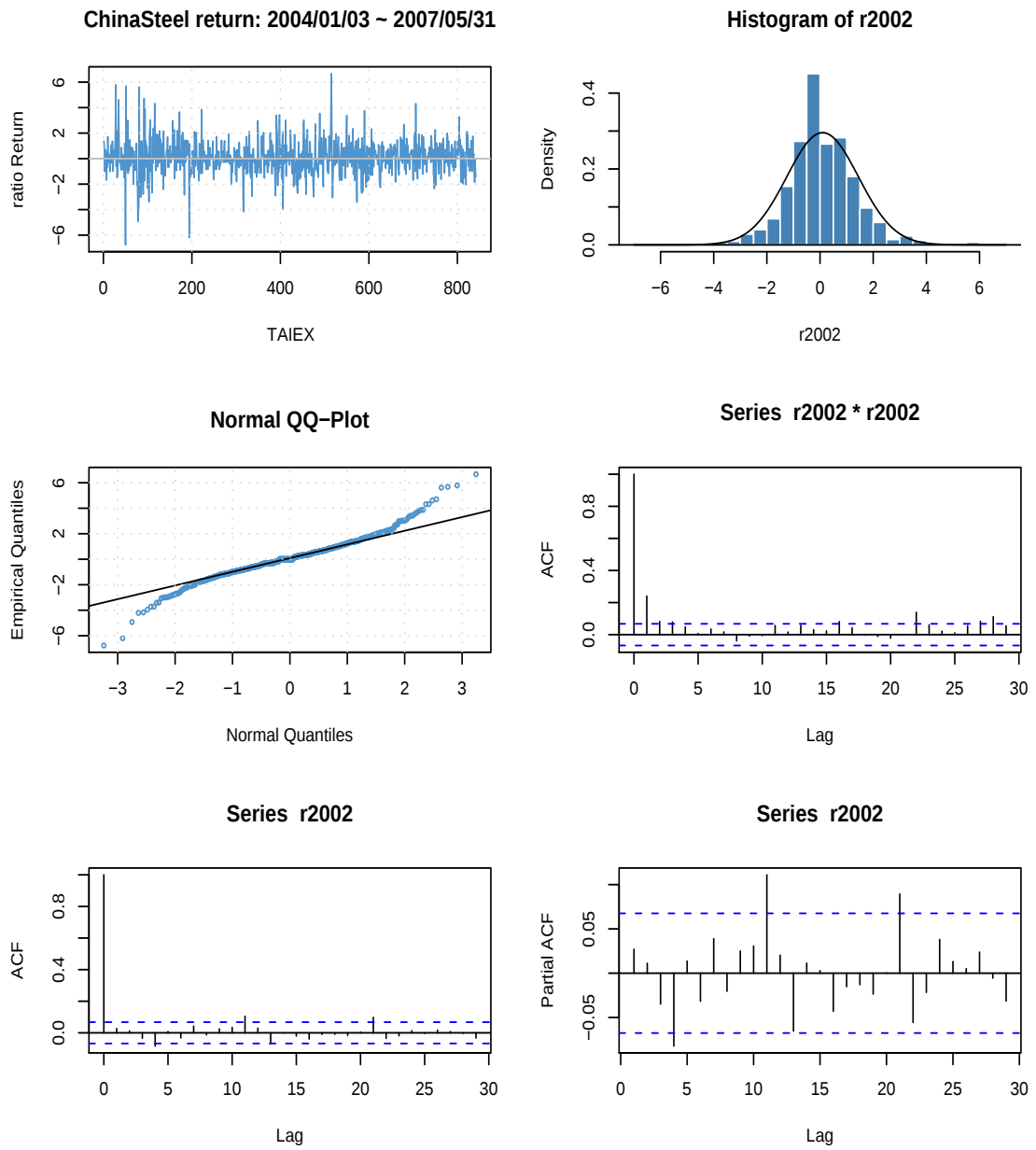


Figure 10: Diagnostic Figures for ChinaSteel Return: 2004/01/02 ~ 2007/05/31

Table 2: 估計結果

TAIEX									
	Normal			GED			Student-t		
	Est.	Std.	t value	Est.	Std.	t value	Est.	Std.	t value
mu	0.06926	0.03453	2.006	0.059596	0.031243	1.908	0.07921	0.03108	2.548
ma1	0.05774	0.03848	1.501	0.005283	0.033033	-0.160	0.01393	0.03356	0.415
omega	0.02275	0.01117	2.038	0.021212	0.011626	1.825	0.02110	0.01089	1.938
alpha1	0.06411	0.01520	4.217	0.046226	0.014760	3.132	0.04081	0.01351	3.019
beta1	0.91626	0.02031	45.116	0.933847	0.020511	45.529	0.93984	0.01882	49.927
shape				1.241157	0.087060	14.256	5.51457	1.09918	5.017
TSMC (2330)									
	Normal			GED			Student-t		
	Est.	Std.	t value	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t
mu	0.09460	0.05605	1.688	0.06690	0.05468	1.223	0.07107	0.05490	1.294
ma1	-0.02085	0.03827	-0.545	-0.02821	0.03440	-0.820	-0.02812	0.03649	-0.771
omega	0.07318	0.04284	1.708	0.05932	0.04410	1.345	0.04435	0.03750	1.183
alpha1	0.04917	0.01606	3.063	0.04112	0.01621	2.537	0.03716	0.01460	2.546
beta1	0.92770	0.02502	37.085	0.93988	0.02587	36.333	0.94862	0.02260	41.967
shape				1.51483	0.11144	13.593	9.63397	2.99999	3.211
UMC (2301)									
	Normal			GED			Student-t		
	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t
mu	0.02739	0.06116	0.448	-0.0002794	0.0108879	-0.026	-0.022895	0.054461	-0.420
ma1	0.05226	0.03832	1.364	-0.0005409	0.0148908	-0.036	0.004409	0.037400	0.118
omega	0.05236	0.02816	1.859	0.0403314	0.0300015	1.344	0.035627	0.028378	1.255
alpha1	0.05579	0.01415	3.944	0.0564466	0.0165535	3.410	0.055797	0.016132	3.459
beta1	0.93031	0.01692	54.974	0.9336378	0.0187817	49.710	0.936581	0.017907	52.302
shape				1.2959402	0.0911139	14.223	5.907890	1.232798	4.792
FPG (1301)									
	Normal			GED			Student-t		
	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t
mu	0.066511	0.036888	1.803	0.0004475	0.0089726	0.050	0.045690	0.034468	1.326
ma1	0.024028	0.038275	0.628	0.0001907	0.0074253	0.026	0.005991	0.036898	0.162
omega	0.013360	0.008113	1.647	0.0239100	0.0166536	1.436	0.030736	0.019243	1.597
alpha1	0.055566	0.013322	4.171	0.0609916	0.0226257	2.696	0.065186	0.024273	2.686
beta1	0.937758	0.014691	63.832	0.9253440	0.0283126	32.683	0.915703	0.031739	28.851
shape				1.1922958	0.1000710	11.914	5.903087	1.178790	5.008
ChinaSteel (2002)									
	Normal			GED			Student-t		
	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t	Est.	Std.	t
mu	0.09778	0.04363	2.241	0.05222	0.04847	1.077	0.096083	0.038740	2.480
ma1	0.02455	0.04175	0.588	-0.01563	0.03041	-0.514	0.008382	0.036739	0.228
omega	0.57206	0.18616	3.073	0.453524	0.20320	2.232	0.381102	0.202405	1.883
alpha1	0.18039	0.04632	3.894	0.16127	0.05364	3.007	0.151447	0.054712	2.768
beta1	0.50653	0.12578	4.027	0.58631	0.14423	4.065	0.649278	0.144710	4.487
shape				1.19784	0.08030	14.918	4.643543	0.772642	6.010

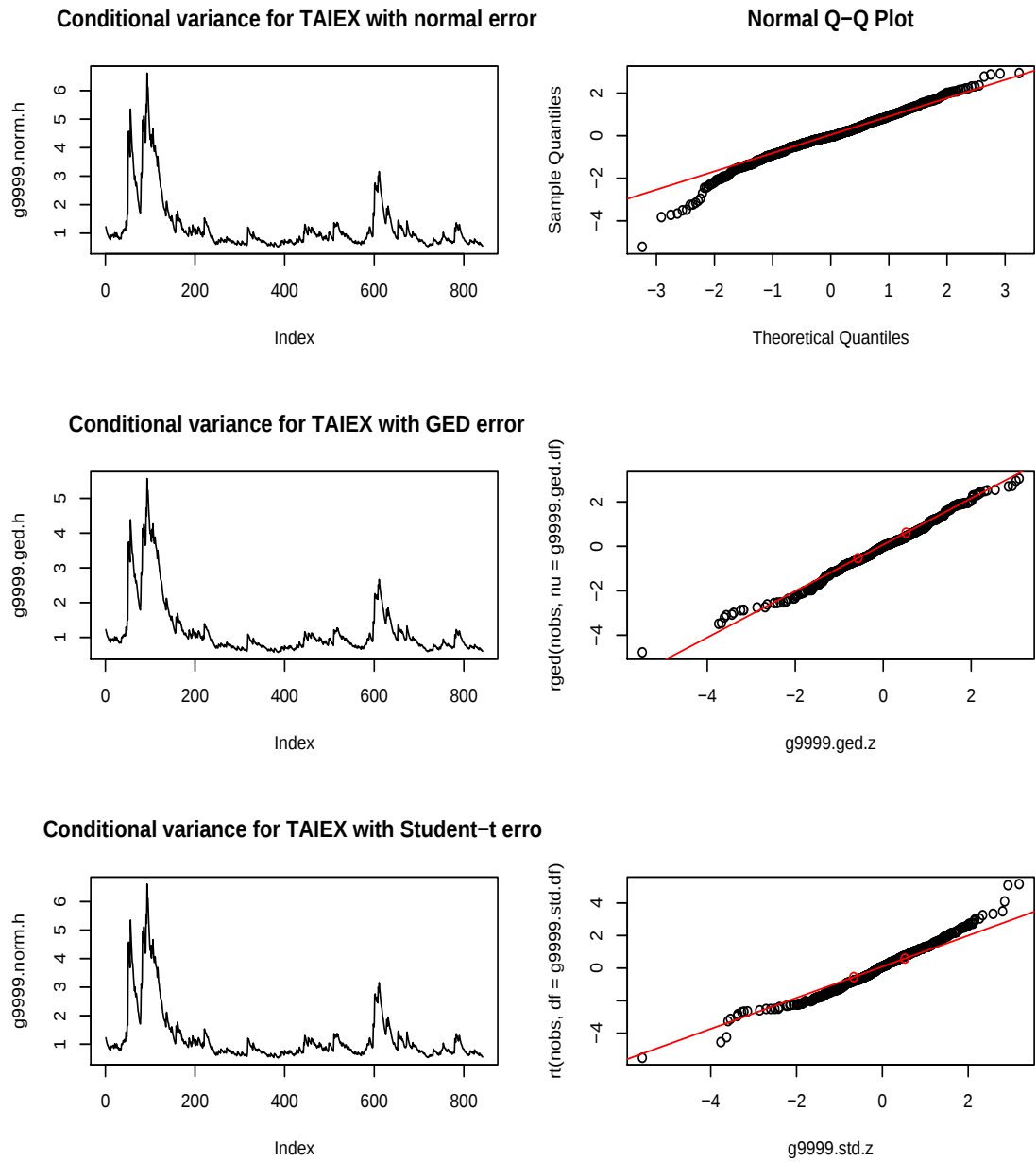


Figure 11: Conditional Volatility for TAIEX

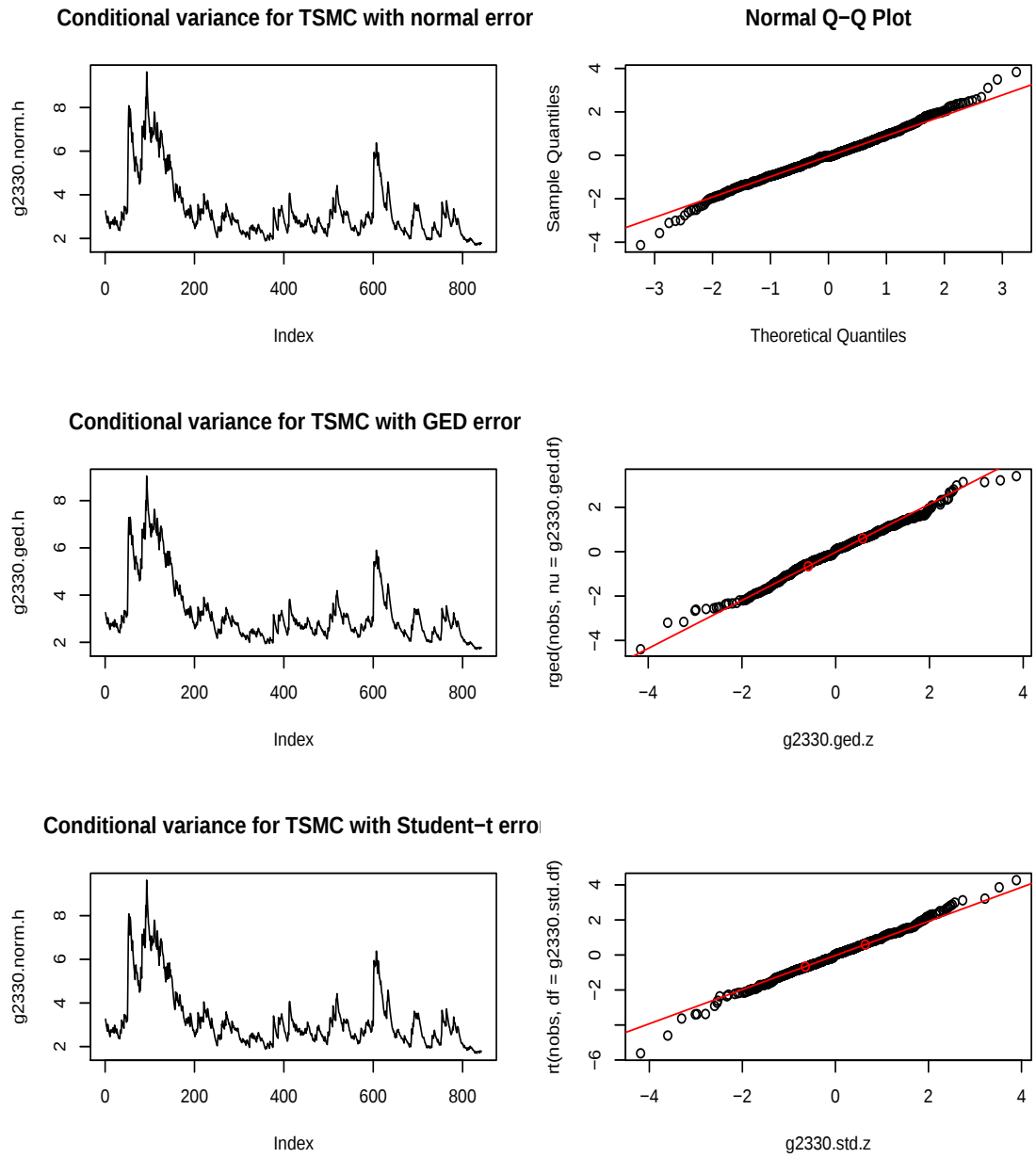


Figure 12: Conditional Volatility for TSMC (2330)

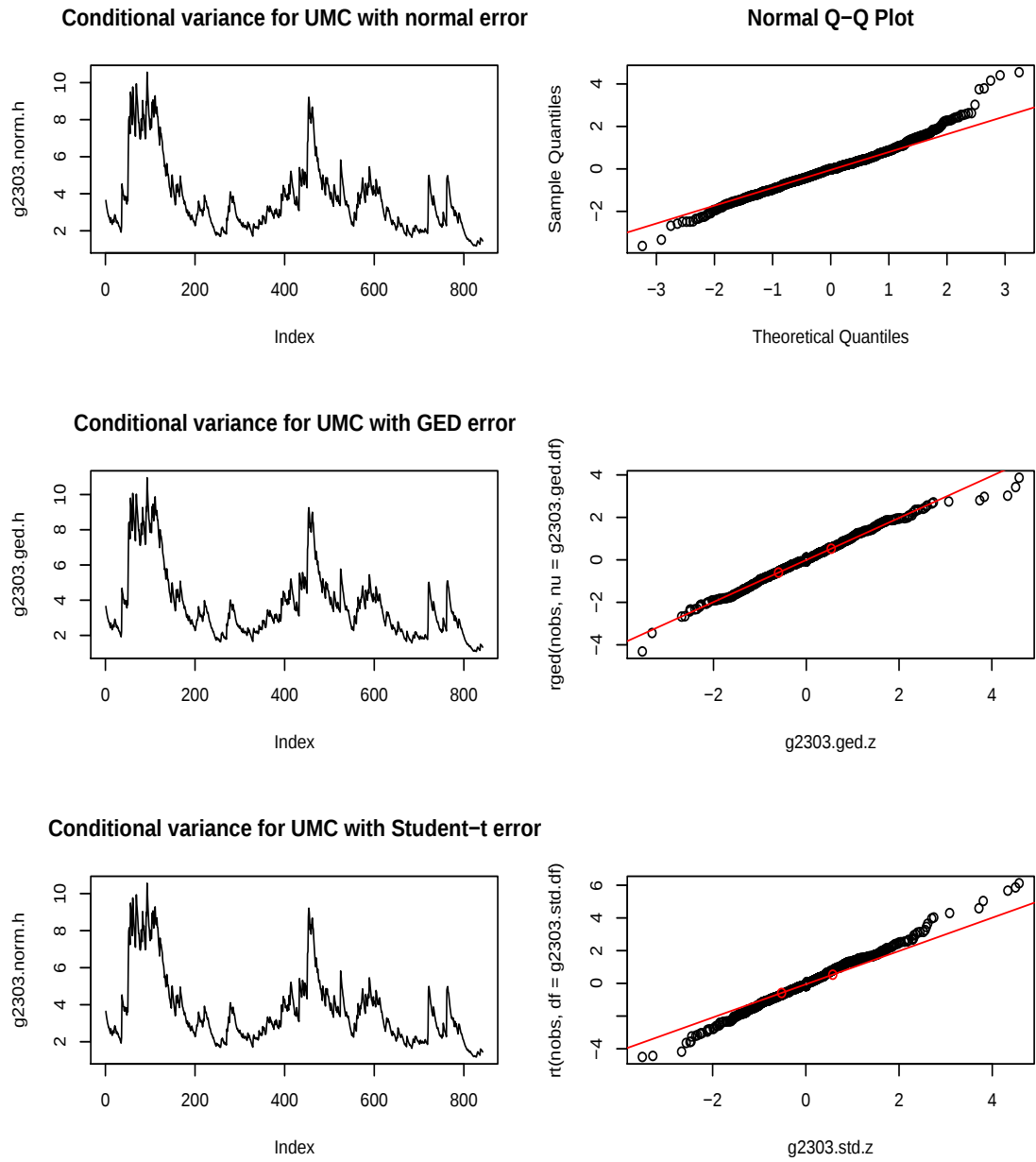


Figure 13: Conditional Volatility for UMC (2303)

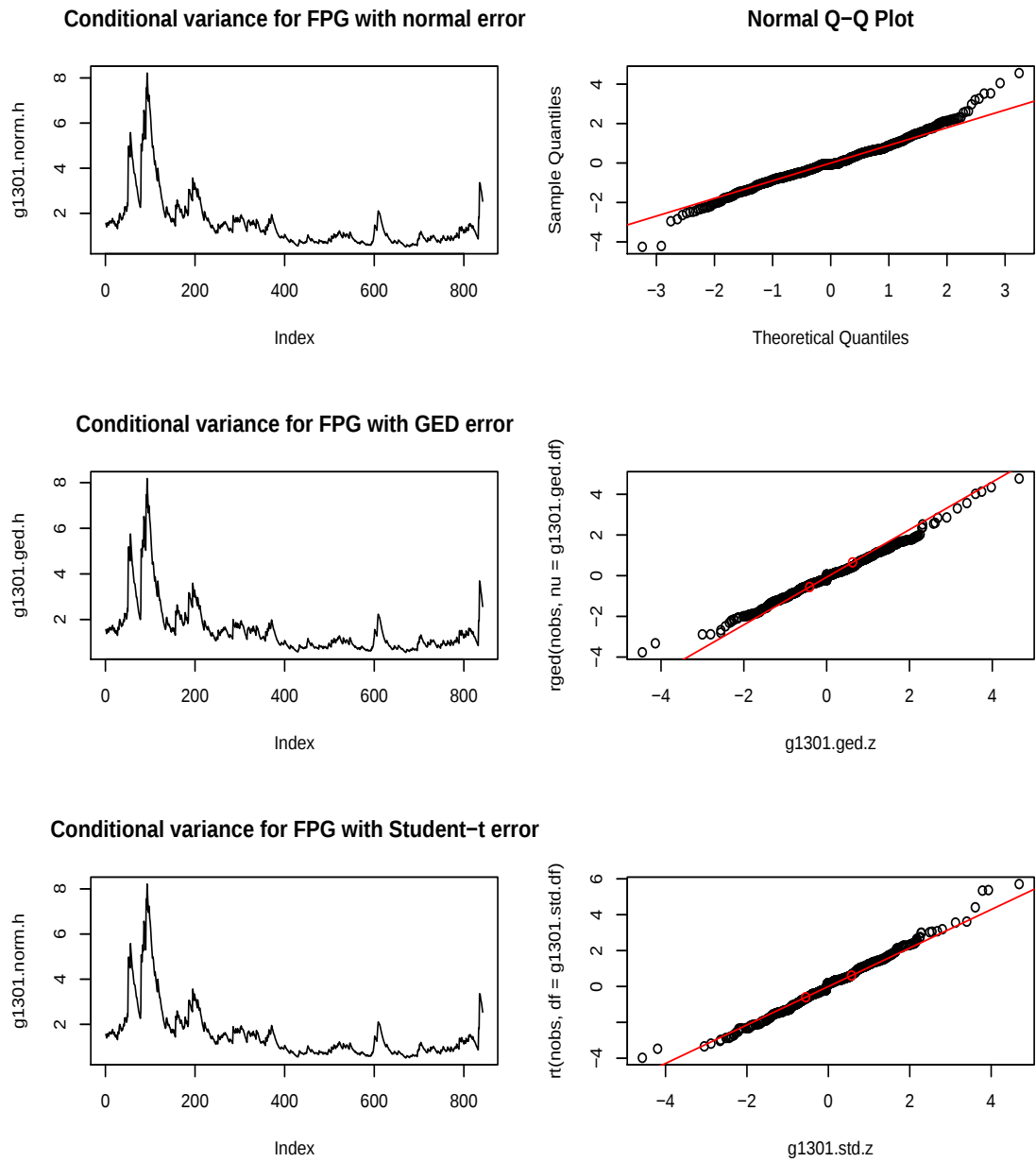


Figure 14: Conditional Volatility for FPG

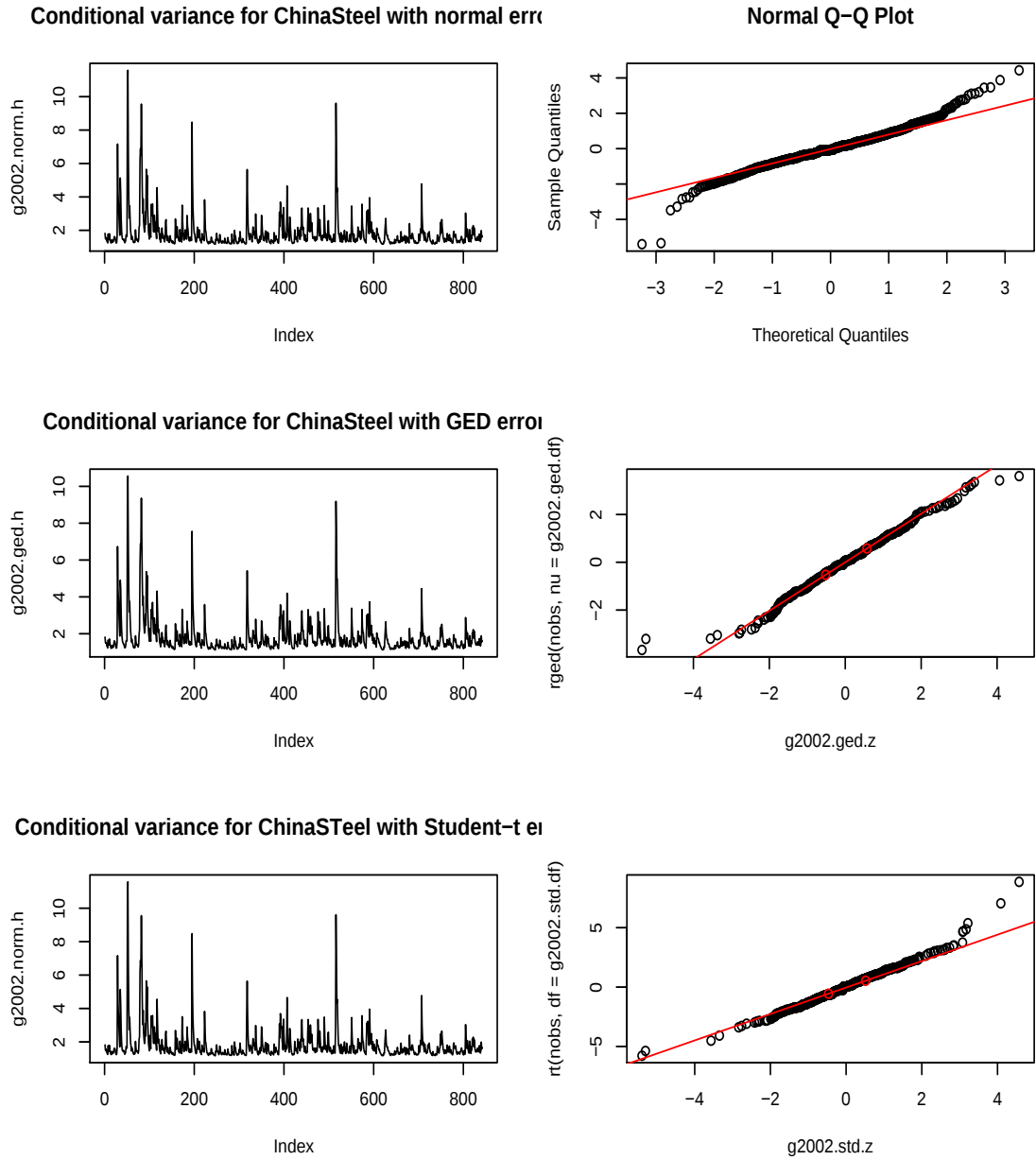


Figure 15: Conditional Volatility for ChinaSteel

6 參考文獻

Tsay, R. S. (2005) *Analysis of Financial Time Series*, 2nd Edition, New York:John Wiley & Sons, Inc..

Gourierous, C. (1987), *ARCH models and financial applications*

Zivot,E. and J.Wang (2003), *Modeling Financial Time Series With S-PLUS*, New York:Springer-Verlag, Inc..